

# O Modelo Binomial para a Precificação de *Calls* e de *Puts* de Títulos de Renda Fixa Pós-fixados e Prefixados

### 21.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo trataremos da precificação de *calls* e de *puts* sobre títulos de renda fixa pós-fixados e prefixados. A fim de desenvolver as árvores binomiais de preços unitários (PUS) dos títulos, é necessário o desenvolvimento de árvores binomiais de taxas de juros e de fatores de juros acumulados.

Apresentaremos a nossa visão sobre a precificação de *calls* e de *puts* sobre títulos considerando árvores binomiais. Há, entretanto, outras formas de precificação de títulos por meio de árvores binomiais que já foram ou que vêm sendo desenvolvidas por alguns pesquisadores. Portanto, os leitores devem estar cientes de que há outras alternativas de precificação de opções sobre títulos, inclusive com a utilização da Metodologia da Simulação Monte Carlo. No capítulo 30 veremos como a metodologia da Simulação Monte Carlo pode ser utilizada para prever caminhos aleatórios de títulos pós-fixados e prefixados.

Mantendo o critério adotado no capítulo anterior, por motivações didáticas utilizaremos neste capítulo a apresentação das árvores binomiais sob a forma numérica, em vez de representar as possíveis taxas ou os possíveis preços dos títulos por expressões matemáticas, por vezes extensas, que indiquem quantas vezes ocorreu a alta e quantas vezes ocorreu a queda nas taxas ou nos preços.

Cabe ressaltar que as árvores binomiais de taxas de juros, de fatores de juros acumulados e de PUS de títulos, que serão desenvolvidas ao longo deste capítulo, também serão de vital importância para a compreensão do cálculo do *value at risk* de títulos de renda fixa que apresentaremos no capítulo 30.

Por motivos didáticos, construiremos as árvores binomiais na seqüência mostrada a seguir:

- árvores binomiais de taxas de juros;
- árvores binomiais de fatores de juros acumulados;
- árvores binomiais de preços de títulos pós-fixados;

- árvores binomiais de *calls* e de *puts* de títulos pós-fixados;
- árvores binomiais de preços de títulos prefixados;
- árvores binomiais de *calls* e de *puts* de títulos prefixados.

Antes de apresentarmos as árvores binomiais de *calls* e de *puts* mencionadas anteriormente, mostraremos as suas respectivas árvores binomiais de valores intrínsecos.

### Liquidação Física x Liquidação por Diferença

Os contratos de opções de títulos podem prever ou não a liquidação física (entrega do título) em decorrência do exercício das opções pelos seus titulares.

Se o mercado prever a liquidação física, os lançadores de *calls* e os titulares de *puts* terão que entregar o título-objeto para receberem o preço de exercício, assim como ocorre no mercado de opções de ações.

Se o mercado prever apenas a liquidação financeira (por diferença), é necessário que alguma entidade apure e divulgue o PU médio de mercado, para que seja possível calcular a diferença do PU médio em relação ao preço de exercício (a ser paga pelo lançador e recebida pelo titular), de forma análoga ao que se verifica nos mercados de opções de dólar e de alguns produtos agropecuários.

Há casos em que a apuração do PU médio não apresenta dificuldades, como ocorre com uma opção sobre um título pós-fixado que seja exercida na data de vencimento do título. Neste caso o PU médio de mercado será o próprio valor de resgate do título, não havendo qualquer dificuldade para o cálculo da diferença que o lançador terá que pagar ao titular, caso haja o exercício da opção.

Há, entretanto, diversas situações em que podem ocorrer dificuldades na apuração do PU médio de mercado, como, por exemplo, no mercado de opções de títulos prefixados. Como essas opções sempre vencem em data anterior ao vencimento do título prefixado, quando houver baixa liquidez do título-objeto, isto pode dificultar a apuração da diferença entre o PU médio do título e o PU de exercício da opção, que é o quanto o lançador terá que pagar ao titular, caso haja o exercício (liquidação por diferença). Nestas situações de baixa liquidez, a previsão de liquidação física tem a vantagem de não necessitar da apuração do PU médio de mercado e, com isso, evitar disputas judiciais por iniciativa das partes (titulares ou lançadores) que se sintam prejudicadas com o cálculo do PU médio considerado injusto.

## 21.2 ÁRVORES BINOMIAIS DE TAXAS DE JUROS

Na seção 20.1 afirmamos que uma árvore binomial de preços de um ativo-objeto pode ser desenvolvida de diversas maneiras, dependendo das premissas que

sejam adotadas. Este raciocínio se mantém em relação ao desenvolvimento de árvores binomiais de taxas de juros, para o qual é necessário admitir hipóteses (premissas) a respeito do comportamento futuro das taxas de juros. Vale lembrar, conforme verificamos no capítulo 20, que diferentes hipóteses resultam em diferentes árvores binomiais e, conseqüentemente, em diferentes cálculos de prêmios justos para *calls* e para *puts*.

Neste capítulo, manteremos as hipóteses adotadas a partir da seção 20.3 do capítulo anterior, de que as cotações da variável-objeto (que, neste caso, é a taxa de juro) que será utilizada para o desenvolvimento das árvores binomiais têm taxas de aumento e de redução iguais, quando medidas em taxas logarítmicas, e de que as probabilidades de ocorrência de alta e de queda na variável são iguais a 50%. Conforme afirmamos na seção 20.3, quando essas hipóteses são adotadas, a distribuição de probabilidade das cotações da variável tende para uma *fdp* lognormal à medida que o número de períodos aumenta. Desse modo, estaremos mantendo a hipótese (bastante difundida) de que as distribuições de probabilidade das taxas de juros tendem a ser lognormais. Portanto, as taxas de juros podem pertencer ao intervalo  $]0; +\infty[$

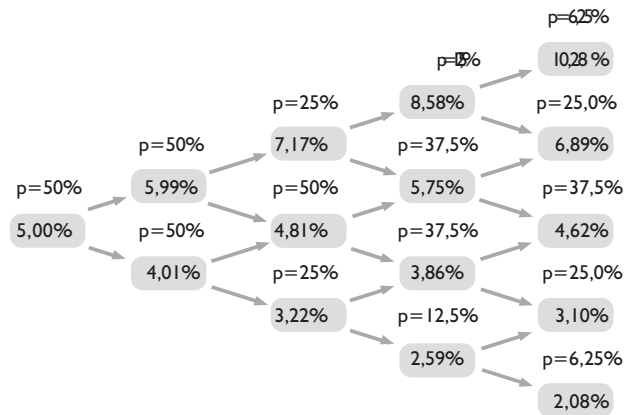
Construiremos a árvore binomial de taxas de juros, admitindo as seguintes hipóteses:

- taxa de juro inicial = 5% por período (válida para o primeiro período de aplicação);
- número de períodos = 5  $\Rightarrow$  número de instantes = 6;
- taxa de juro acumulada esperada até o vencimento =  $(1+0,05)^5 - 1 = 27,63\%$ ;
- volatilidade da taxa de juro por período  $\sigma_{\ln(i_t/i_{t-1})} = 20\%$ ;
- probabilidade de ocorrer alta dos juros = probabilidade de ocorrer queda dos juros = 50%.

Portanto, antes de serem efetuados os devidos ajustes, a árvore binomial de juros revelaria que, após decorrido um período, as taxas de juros válidas para aplicação e para captação poderiam ser iguais a  $5\% \times e^{+0,20} = 6,10\%$  ou  $5\% \times e^{-0,20} = 4,09\%$  com igual probabilidade, o que geraria uma taxa de juro esperada de 5,10%. Portanto, haveria uma esperança de variação (relativa) da taxa de juro igual a 2,0067% sobre a taxa anterior. Como existe a premissa de que a taxa de juro acumulada esperada até o vencimento é igual a  $(1+0,05)^5 - 1 = 27,63\%$ , não deve haver tendência de alta nas taxas de juros.

Conforme vimos na seção 20.5, para que as taxas de juros (que têm volatilidade igual a 20% em taxa logarítmica) tenham esperança de variação nula, torna-se necessário incluir uma esperança de retorno autônoma de  $(1+0)/(1+0,020067) - 1 = -0,019672$ . Após a inclusão da esperança de retorno autônoma, a árvore binomial de taxas de juros obtida é a seguinte:

## Árvore Binomial de Taxas de Juros 21.1



E [i]	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%
$\sigma_i$	0,00%	0,99%	1,41%	1,74%	2,03%

Apesar de as taxas de juros esperadas por período serem de 5%, a árvore binomial de taxas de juros anterior ainda não atende a uma das hipóteses admitidas para a árvore binomial de juros especificada. Devido à volatilidade das taxas de juros por período, a taxa de juro acumulada esperada da árvore binomial para os cinco períodos é maior do que a taxa de 5% capitalizada por cinco períodos, ou seja, a árvore binomial apresentada não atende à premissa de que a taxa de juro acumulada esperada até o vencimento é igual a  $(1+0,05)^5 - 1 = 27,63\%$ . O exemplo 21.1, a seguir, ilustra a existência de correlação positiva entre a volatilidade das taxas de juros e a esperança da taxa de juro acumulada.

**Exemplo 21.1** – Um banco situado no Brasil, ao entrar em um leilão de títulos do Tesouro Nacional, faz a sua oferta de compra de uma Letra do Tesouro Nacional (LTN), que é um título prefixado, cujo PU de resgate é igual a R\$ 1.000, que tenha cinco períodos de prazo, ao PU de R\$ 783,526167, o que equivale a uma taxa de juro de 5% por período. Por não dispor de recursos, o banco terá que financiar o título (captar recursos<sup>1</sup>), a cada período, à taxa de mercado. Com o objetivo de tornar o exemplo simples, vamos admitir que só haja dois cenários possíveis, tendo cada um 50% de probabilidade de ocorrência:

<sup>1</sup> Tradicionalmente, esta captação é efetuada por meio de operações compromissadas de captação (código 1.054 no SELIC), ou seja, pela venda do título no início de cada período, com o compromisso de comprá-lo ao final de cada período, conforme havíamos descrito na seção 10.1. Lembramos que, embora os compromissos não sejam liquidados automaticamente pelo sistema (como ocorre com as operações de financiamento tradicionais, compostas de venda à vista e compra a termo), os participantes quase sempre os honram (código 1.056 no SELIC), sob pena de perder credibilidade no mercado.

- 1º cenário – taxas de juros por período = 2%;
- 2º cenário – taxas de juros por período = 8%.

Sabendo que o custo esperado por período (5%) é igual ao rendimento esperado por período (5%), qual é o resultado esperado do banco?

**Resposta** - Ao final dos cinco períodos, o banco terá um ativo no valor de R\$ 1.000, na medida em que o título é prefixado. Por outro lado, o seu passivo poderá apresentar dois valores:

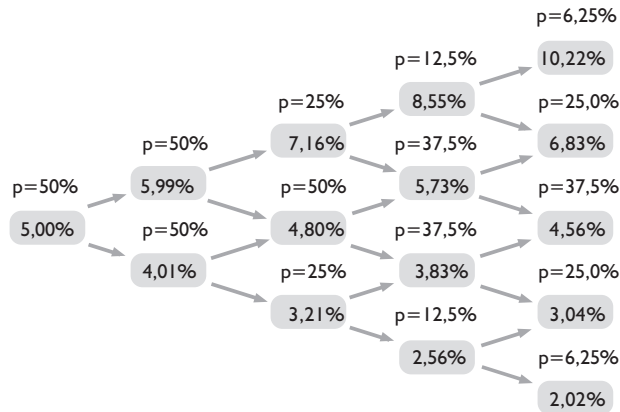
- se a taxa de juro for igual a 2%, o passivo valerá  $(1+0,02)^5 \times$  R\$ 783,526167 = R\$ 823,4939;
- se a taxa de juro for igual a 8%, o passivo valerá  $(1+0,08)^5 \times$  R\$ 783,526167 = R\$ 1.205,5521.

O resultado líquido esperado do ativo menos o passivo será, portanto, de R\$ 1.000 -  $(0,5 \times$  R\$ 823,4939 +  $0,5 \times$  R\$ 1.205,5521) = R\$ 1.000 - R\$ 1.014,5230 = - R\$ 14,5230. Esse resultado negativo esperado se deve ao fato de que, no exemplo considerado, mesmo havendo taxas esperadas por períodos, iguais para o ativo e para o passivo do banco, a taxa acumulada esperada para o passivo é maior do que a taxa acumulada esperada para o ativo. Isto decorre da constatação de que a taxa acumulada esperada para o passivo é maior do que a acumulação das taxas esperadas de variação do passivo por período.

O exemplo anterior ilustrou que a volatilidade das taxas de juros por período aumenta as taxas acumuladas esperadas. Esta correlação positiva entre as volatilidades das taxas de juros por período e as taxas de juros acumuladas esperadas também ocorre nas árvores binomiais de juros, na medida em que os fatores de juros das taxas maiores incidem sobre os fatores de juros acumulados maiores, e os fatores de juros das taxas menores incidem sobre os fatores de juros acumulados menores. Por exemplo, a árvore binomial de taxas de juros 21.1 apresenta taxa acumulada esperada de 27,7437%, o que equivale a uma taxa por período de 5,0190%.

Desse modo, para que as taxas de juros acumuladas esperadas até o sexto instante passem a ser equivalentes à taxa de 5% por período, torna-se necessário reduzir as taxas de juros esperadas por período, a partir do terceiro período. Após a realização deste ajuste, chegamos à árvore binomial de taxas de juros 21.2.

### Árvores Binomiais de Taxas de Juros 21.2



$E [i]$	5,00%	5,00%	4,99%	4,97%	4,94%
$\sigma_i$	0,00%	0,99%	1,41%	1,74%	2,03%

O ajuste foi efetuado dividindo-se as taxas de juros de cada período da árvore binomial de taxas de juros 21.1 por um mesmo fator de juros, de modo que a árvore binomial de fatores de juros acumulados 21.1 a ser apresentada na seção seguinte, resultante da árvore binomial de juros anterior (21.2), passasse a apresentar fatores de juros esperados por período iguais a  $1+0,05$ .

Pode-se observar que as dispersões das taxas de juros por período são crescentes com o prazo.

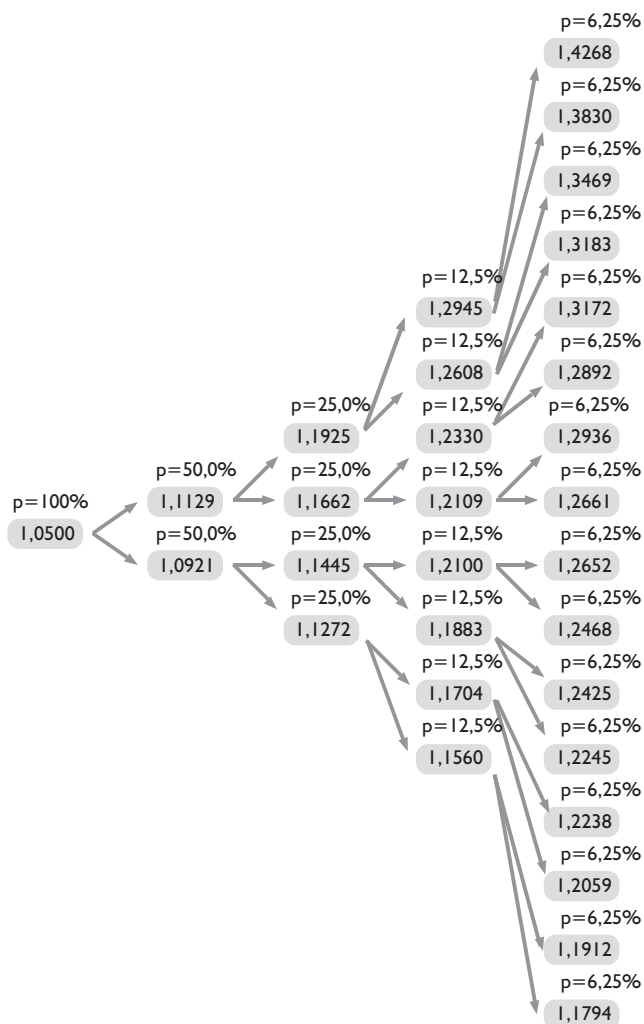
### 21.3 ÁRVORES BINOMIAIS DE FATORES DE JUROS ACUMULADOS

As árvores binomiais de fatores de juros acumulados devem ser montadas a partir das árvores binomiais de taxas de juros, acumulando o fator de juro decorrente de uma possível taxa com o fator de juro acumulado até o período anterior.

Diferentemente das árvores binomiais que vimos até a seção anterior, as árvores binomiais de fatores de juros acumulados apresentam aumento exponencial da quantidade de fatores possíveis ao longo do tempo (progressão geométrica com razão 2), em razão dos fatores de juros não serem recombinantes, em vez de aumento linear (progressão aritmética com razão 1). Desse modo, quando for considerado um número grande de períodos, a construção dessas árvores binomiais demandará maiores capacidades dos computadores. Entretanto, como os computadores vêm aumentando de capacidade a ritmos elevados, isto não deverá representar um problema. Vale lembrar que é possível calcular os possíveis fatores de juros e preços de títulos por meio de algoritmos (programas de computadores), o que tende a gerar mais agilidade aos cálculos.

A árvore de fatores de juros acumulados, resultante da árvore binomial de taxas de juros 21.2, é a árvore binomial de fatores de juros acumulados a seguir.

Árvore Binomial de Fatores de Juros Acumulados 21.1



E [Fator]	1,0500	1,1025	1,1576	1,2155	1,2763
$\sigma$ Fator	0,00%	1,04%	2,35%	3,51%	3,25%

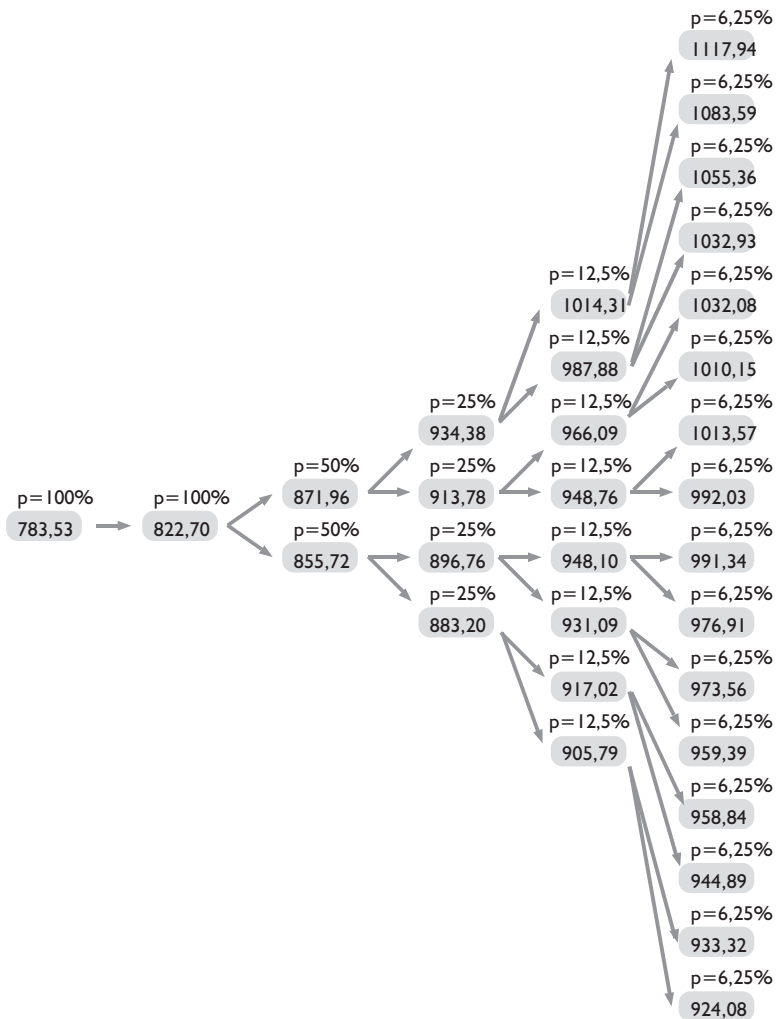
Conforme dissemos, as árvores binomiais de fatores de juros não são recombinantes e, portanto, os fatores aumentam geometricamente. Pode-se observar que as taxas de juros acumuladas esperadas até cada instante é equivalente a 5% por período.

### 21.4 ÁRVORES BINOMIAIS DE PREÇOS DE TÍTULOS PÓS-FIXADOS

Para obter a árvore binomial com os possíveis valores de um título pós-fixado, basta multiplicar os possíveis fatores de juros pelo PU inicial do título pós-fixado.

Considerando que um título pós-fixado tenha PU inicial igual a R\$ 783,526167 (neste capítulo manteremos a regra de expressar os valores em reais, apesar de poderem estar expressos em qualquer moeda, pois os raciocínios

Árvore Binomial de Preços de Títulos Pós-Fixados 21.1



E [PU]	783,5262	822,7025	863,8376	907,0295	952,3810	1000,0000
$\sigma_{PU}$	0,00	0,00	8,12	19,15	33,89	46,18

desenvolvidos são aplicáveis aos diversos países e não apenas ao Brasil) e multiplicando o PU inicial pelos possíveis fatores de juros (constantes da árvore binomial de fatores de juros 21.1), obtém-se a árvore binomial de preços de título pós-fixado 21.1.

Podemos notar que a dispersão dos PUS de títulos pós-fixados cresce à medida que aumenta o número de períodos, conforme pode ser observado no gráfico 21.1, da seção 21.6. No mesmo gráfico percebemos que a dispersão dos PUS de títulos prefixados cresce inicialmente, mas diminui nos últimos períodos do título, retornando a zero na data de vencimento do título, dado que o valor de resgate é previamente conhecido.

#### 21.4.1 ÁRVORES BINOMIAIS DE VALORES INTRÍNSECOS DE *CALLS* DE TÍTULOS PÓS-FIXADOS

As opções do tipo europeu de títulos pós-fixados ou prefixados devem ter um preço de exercício e uma data de vencimento, de forma que o titular da opção tenha somente o direito, mas não a obrigação, de comprar (se for uma *call*) ou de vender (se for uma *put*) o título pelo preço de exercício, na data de vencimento da opção.

Entretanto, quando se tratar de opções do tipo americano, é mais razoável que as opções tenham curvas de exercício em vez de preços de exercício, na medida em que os titulares de opções do tipo americano podem exercê-las até a data de seus vencimentos.

Uma curva de exercício é um conjunto de preços de exercício que aumentam (teoricamente é possível que diminuam, mas isso não ocorrerá em nossos exemplos) à medida que o tempo passa. Como o PU de um título pós-fixado aumenta de valor a cada período, a existência de apenas um preço de exercício faria com que os titulares de *calls* tivessem a tendência de adiar o exercício, e os titulares de *puts*, a tendência de antecipar o exercício<sup>2</sup>.

Normalmente define-se uma curva de exercício a partir de uma taxa de juro constante. Por exemplo, uma curva de exercício de 5,5% para um título pós-fixado é um conjunto de preços de exercício que aumentam à taxa de 5,5% e cujo preço de exercício inicial é igual ao preço de mercado no instante inicial (a partir do qual a série da opção seja autorizada).

Para calcularmos os valores intrínsecos de uma *call* do tipo americano, é necessário calcular a diferença entre os PUS da árvore de títulos e os PUS da curva de exercício.

Entretanto, para calcular os valores presentes dos valores intrínsecos esperados, é de fundamental importância que se utilizem os fatores de juros acumulados

<sup>2</sup> Note que, diferentemente dos ativos-objeto tradicionais que tenham esperança de retorno igual à taxa de juro (hipóteses dos ativos-objeto considerados da seção 20.1 à 20.4), os títulos pós-fixados não podem ter os preços reduzidos.



estar *in-the-money*, *at-the-money* ou *out-of-the-money*. Neste capítulo montaremos as árvores binomiais e calcularemos os prêmios justos de *calls* e de *puts*, admitindo que as opções estejam 0,5% *out-of-the-money*. Portanto, partindo-se de uma taxa de juro inicial de 5% e de uma taxa de juro acumulada esperada igual à acumulação da taxa de 5% por período, no presente capítulo as *calls* de títulos pós-fixados terão curva de exercício de 5,5%, e as *puts* de títulos pós-fixados terão curva de exercício de 4,5% por período.

Conforme vimos no capítulo 19, as *calls* de taxas de juros são chamadas de *caps*, na medida em que podem ser utilizadas para a fixação de um teto para uma dívida, e as *puts* de taxas de juros são conhecidas como *floors*, na medida em que possibilitam a fixação de um piso para uma aplicação. Entretanto, ambas também podem ser utilizadas com objetivos de especulação.

Os possíveis valores intrínsecos e o valor presente dos valores intrínsecos esperados para cada período, de uma árvore binomial de valores intrínsecos de uma *call* de título pós-fixado que tenha curva de exercício de 5,5% e vencimento no sexto instante, encontram-se na árvore binomial de valores intrínsecos de *calls* de títulos pós-fixados 21.1.

Vale lembrar que, se fossem utilizadas as taxas de juros esperadas para calcular o valor presente dos valores intrínsecos, os valores encontrados seriam maiores. Esta conclusão decorre do fato de que, quando se verificam os maiores valores intrínsecos (os PUS dos títulos são maiores), os fatores de juros são maiores, o que reduz os seus valores presentes.

Observando a árvore binomial podemos constatar que para *calls* de títulos pós-fixados, há uma correlação positiva entre taxas de juros e valores intrínsecos.

#### 21.4.2 ÁRVORES BINOMIAIS DE *CALLS* DO TIPO EUROPEU DE TÍTULOS PÓS-FIXADOS

Como uma *call* do tipo europeu somente pode ser exercida na data de seu vencimento, basta que a *call* tenha um preço de exercício para o período de vencimento. Entretanto, com o objetivo de analisar as tendências de ganhos e de perdas dos participantes do mercado de opções do tipo europeu, vamos considerar a curva de exercício ao longo do tempo em vez de apenas um preço de exercício (a utilização da curva de exercício não altera o prêmio justo da opção).

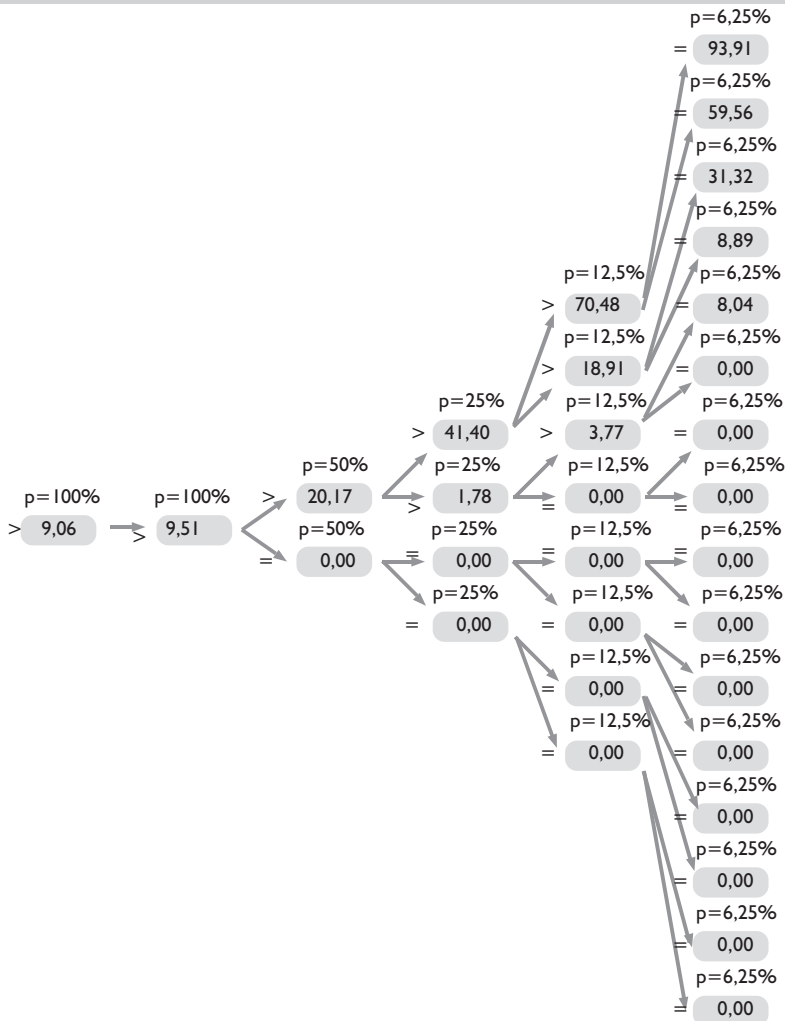
Considerando que a *call* européia somente possa ser exercida no sexto instante, o prêmio da *call* será o valor presente da esperança de ganho no sexto instante, que, conforme já havia sido calculado na seção anterior, é igual a R\$ 9,06<sup>3</sup>. A árvore binomial da *call* européia será a árvore binomial de *call*

---

<sup>3</sup> Se o vencimento da *call* ocorresse no quinto instante, como admitiremos para as opções de títulos prefixados, o prêmio justo seria de R\$ 5,92.

do tipo europeu de título pós-fixado 21.1. Da mesma forma que as árvores binomiais do capítulo anterior, as árvores binomiais de *calls* e *puts* apresentadas neste capítulo, também conterão os sinais de “>”, “=” ou “<”, para indicar que a opção possui, respectivamente, prêmio maior, igual ou menor do que o valor intrínseco correspondente, da árvore binomial de valores intrínsecos.

Árvores Binomiais de *Calls* DO TIPO EUROPEU de Títulos Pós-Fixados 21.1



Curva Exerc.783,53	826,62	872,08	920,05	970,65	1.024,04
VP E [ <i>Call</i> ]	9,06	9,06	9,06	9,06	9,06
$\sigma$ VP [ <i>Call</i> ]	0,00	0,00	10,14	17,77	23,20

Ao analisar a referida árvore é fácil verificar que há uma correlação positiva entre taxas de juros e prêmios das *calls* de títulos pós-fixados.

Vale lembrar que seria possível admitir que as taxas de juros a termo previstas pelo mercado fossem crescentes, decrescentes ou, ainda, que apresentassem períodos de aumento e períodos de queda nas taxas previstas. Esta afirmação também é válida para os demais tipos e modalidades de opções.

### 21.4.3 ÁRVORES BINOMIAIS DE *CALLS* DO TIPO AMERICANO DE TÍTULOS PÓS-FIXADOS

Neste tipo de *call* o titular pode exercer o seu direito de comprar o título a qualquer instante até a data de vencimento. Portanto, o titular deve comparar, a cada momento, o valor intrínseco da *call* com o valor presente esperado dos dois possíveis prêmios que a *call* poderá ter no instante seguinte.

Para a *call* específica que estamos analisando, o valor presente esperado dos dois possíveis prêmios que a *call* poderá ter no instante seguinte é sempre maior do que o valor intrínseco da *call*, o que torna desinteressante o exercício antecipado, e, conseqüentemente, a árvore binomial da *call* do tipo americano (do título pós-fixado) será igual à árvore binomial da *call* do tipo europeu.

### 21.5 ÁRVORES BINOMIAIS DE *PUTS* DE TÍTULOS PÓS-FIXADOS

Para desenvolver árvores binomiais de *puts* de títulos pós-fixados, deve-se utilizar raciocínio análogo ao desenvolvido para as árvores binomiais das *calls* de títulos pós-fixados.

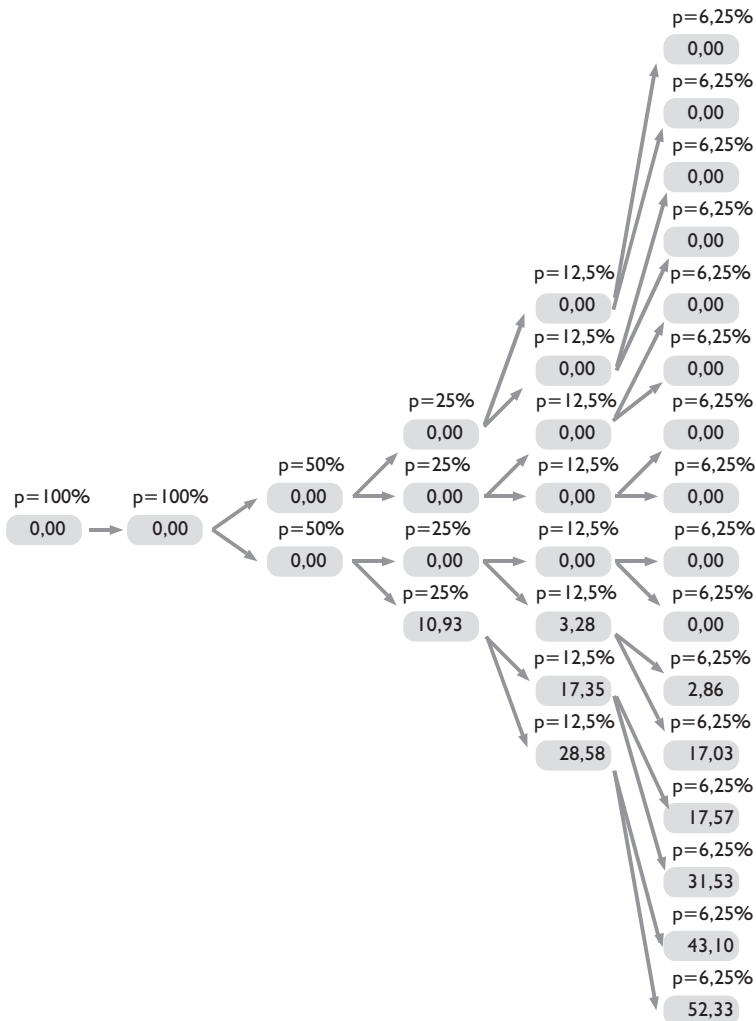
Por exemplo, considerando uma curva de exercício de 4,5% por período, para calcularmos os valores intrínsecos de uma *put* é necessário calcular a diferença entre os PUS da curva de exercício e os PUS da árvore de preços de títulos.

Também neste caso, para calcular os valores presentes dos valores intrínsecos esperados, utilizamos os fatores de juros acumulados até a data do cálculo de cada valor intrínseco, referentes aos PUS específicos, em relação aos quais estiverem sendo calculados os valores intrínsecos.

### 21.5.1 ÁRVORES BINOMIAIS DE VALORES INTRÍNSECOS DE PUTS DE TÍTULOS PÓS-FIXADOS

Os possíveis valores intrínsecos e o valor presente dos valores intrínsecos para cada período, para uma *put* que tenha curva de exercício de 4,5% e vencimento no sexto instante, encontram-se na árvore binomial de valores intrínsecos a seguir:

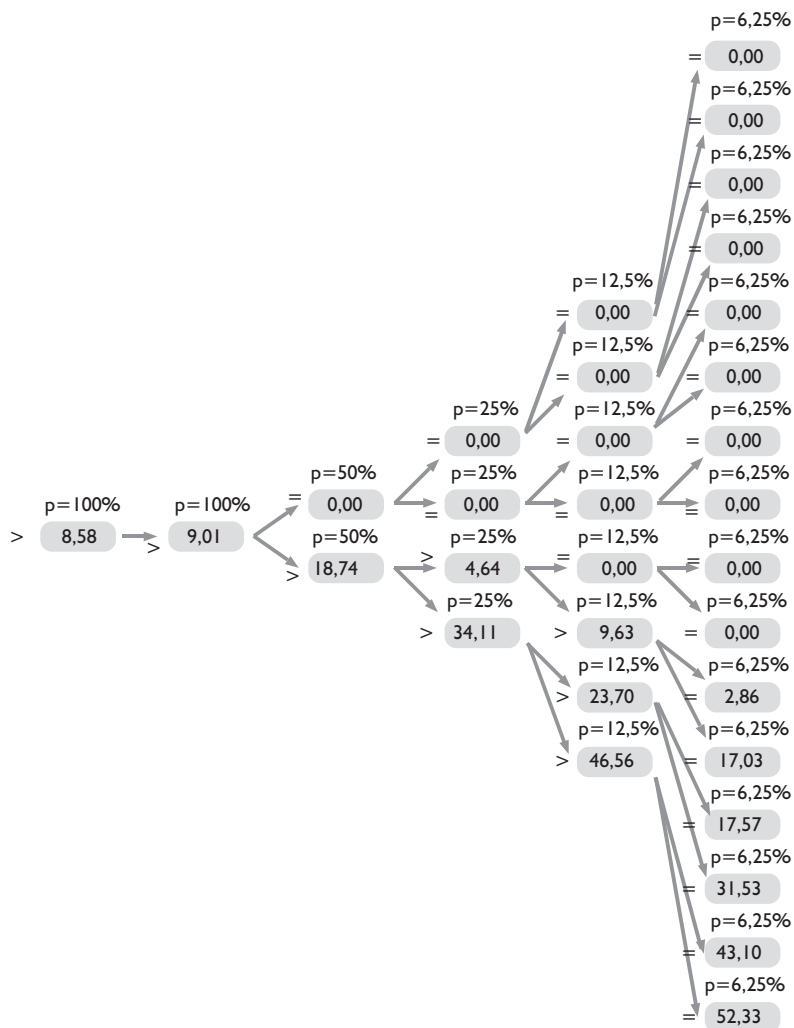
Árvores Binomiais de Valores Intrínsecos de Puts de Títulos Pós-Fixados 21.1



Curva Exerc.783,53	818,78	855,63	894,13	934,37	976,42	
VP E[G]	0,00	0,00	0,00	2,42	5,22	8,58
$\sigma$ VP [G]	0,00	0,00	0,00	4,74	10,20	9,51

Vale lembrar que, se fossem utilizadas as taxas de juros esperadas para calcular o valor presente das *puts*, os valores encontrados seriam menores. Esta conclusão decorre do fato de que, quando ocorrem os maiores ganhos pelo exercício da *put*, ou seja, quando os prêmios são mais elevados (os *PUS* dos títulos são menores), os fatores de juros são menores, o que aumenta o valor presente da *put*. Portanto, para *puts* de títulos pós-fixados, há uma correlação negativa entre taxas de juros e valores intrínsecos.

Árvore Binomial de *Puts* do Tipo Europeu de Títulos Pós-Fixados 21.1



Curva Exerc.783,53	818,78	855,63	894,13	934,37	976,42
VP E [ <i>Put</i> ]	8,58	8,58	8,58	8,58	8,58
$\sigma$ VP [ <i>Put</i> ]	0,00	0,00	9,40	14,27	15,97
					9,51

### 21.5.2 ÁRVORES BINOMIAIS DE PUTS DO TIPO EUROPEU DE TÍTULOS PÓS-FIXADOS

Considerando que uma *put* europeia somente possa ser exercida no sexto instante, o prêmio da *put* será o valor presente da esperança de ganho no sexto instante, que, conforme já havia sido calculado na seção anterior, é igual a R\$ 8,58<sup>4</sup>. A árvore binomial da *put* europeia é a árvore binomial de *puts* do tipo europeu de títulos pós-fixados 21.1

### 21.5.3 ÁRVORE BINOMIAL DE PUT DO TIPO AMERICANO DE TÍTULO PÓS-FIXADO

Neste tipo de *put* o titular pode exercer o seu direito de vender o título a qualquer instante até a data de vencimento. Portanto o titular deve comparar, a cada momento, o valor intrínseco da *put* com o valor presente dos dois possíveis prêmios que a *put* poderá ter no instante seguinte.

Para a *put* específica que estamos considerando, o valor presente dos dois possíveis prêmios que a *put* poderá ter no instante seguinte é sempre maior do que o valor intrínseco correspondente da *put*, o que torna desinteressante o exercício antecipado, e, conseqüentemente, a árvore binomial da *put* do tipo americano é igual à árvore binomial da *put* do tipo europeu.

### 21.6 ÁRVORES BINOMIAIS DE PREÇOS DE TÍTULOS PREFIXADOS

Em oposição às árvores binomiais de títulos pós-fixados, as árvores binomiais de preços de títulos prefixados devem ser montadas a partir do último instante, quando o PU de resgate é conhecido, retrocedendo-se para os instantes anteriores.

Nos instantes próximos ao vencimento, haverá maiores quantidades de preços dos títulos, possíveis de ocorrerem, na medida em que haverá maiores quantidades de taxas de juros possíveis. Entretanto, a dispersão das cotações tenderá a ser menor, na medida em que o efeito dos juros sobre o PU será menor do que nos instantes mais distantes da data de resgate do título, como se pode observar no gráfico 21.1. Conforme vimos no capítulo 9, uma mesma alteração na taxa de juro tem maior efeito sobre o PU de um título prefixado quando o título tem *modified duration* maior, ou seja, quando o título apresenta a relação “prazo até o vencimento/(1+tx. de juro por período)” maior.

A partir da árvore binomial de taxas de juros 21.2, vamos construir uma árvore binomial de preços de um título prefixado que tenha as seguintes características:

<sup>4</sup> Se o vencimento da *put* ocorresse no quinto instante, como admitiremos para as opções sobre títulos prefixados, o prêmio justo seria de R\$ 5,22.

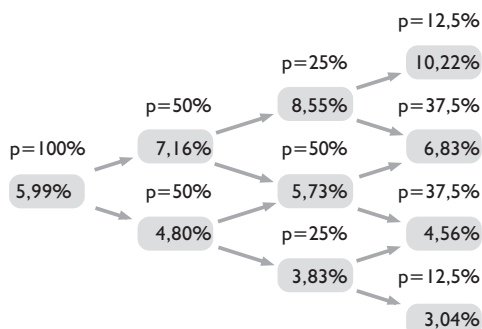
- PU de resgate = R\$ 1.000;
- restam cinco períodos até o resgate do título;
- taxa de juro acumulada esperada =  $(1+0,05)^5 - 1$ ;
- volatilidade da taxa de juro por período  $\sigma_{\ln(i_t/i_{t-1})} = 20\%$ ;
- os possíveis PUS da árvore são iguais ao PU de resgate dividido pelos fatores de juros esperados dos instantes das avaliações do PU até a data de resgate do título.

Para satisfazer à última característica mencionada, é necessário construir subárvores binomiais de fatores de juros dos instantes intermediários ao instante de vencimento. Por sua vez, as subárvores binomiais de fatores de juros têm que ser construídas a partir das subárvores binomiais de taxas de juros.

Por exemplo, no segundo instante há duas taxas de juros possíveis e, conseqüentemente, duas possíveis subárvores binomiais de juros e de fatores de juros acumulados, conforme mostramos a seguir:

- se ocorrer alta na taxa de juro, as subárvores serão as seguintes:

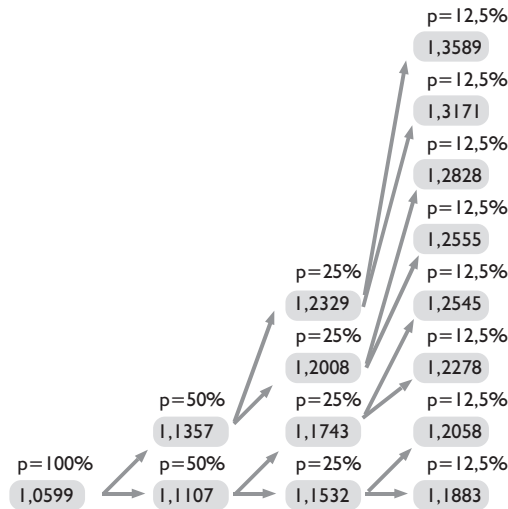
Subárvore Binomial de Taxas de Juros a partir do Segundo Instante



E [i]	5,99%	5,98%	5,96%	5,93%
$\sigma_i$	0,00%	1,18%	1,69%	2,09%

A partir desta subárvore binomial de taxas de juros, torna-se possível construir a subárvore binomial de fatores de juros acumulados.

**Subárvore Binomial de Fatores de Juros Acumulados a partir do Segundo Instante**

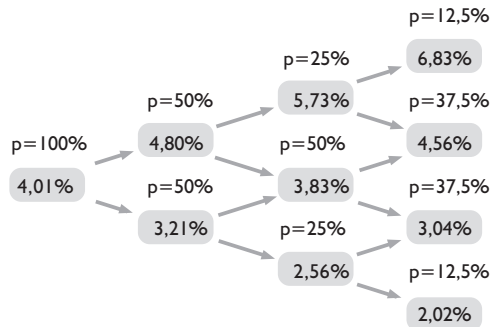


E[Fator 1]	1,0599	1,1232	1,1903	1,2613
E[Fator 2]	1,2613	1,1901	1,1230	1,0597

O termo E[Fator 1] representa os fatores de juros acumulados ocorridos a partir do segundo instante, e o termo E[Fator 2] representa os fatores de juros acumulados esperados até o quinto instante. Portanto um dos PUS possíveis de ocorrer no segundo instante é igual a  $R\$ 1.000 / (1 + 0,2613) = R\$ 792,83$  ( $R\$ 792,8051$ , quando se utiliza grande quantidade de casas decimais para efetuar os diversos cálculos).

- se ocorrer queda na taxa de juro, as subárvores serão as seguintes.

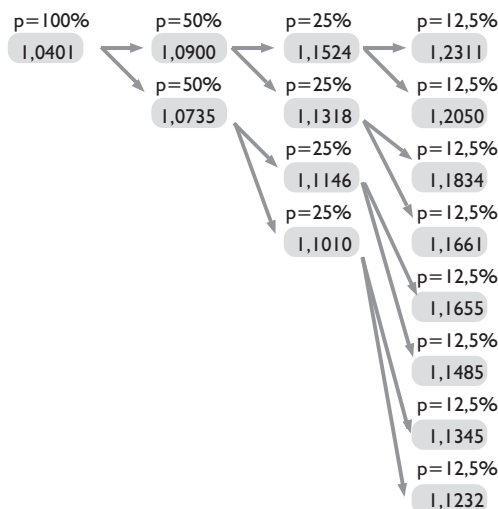
**Subárvore Binomial de Taxas de Juros a partir do Segundo Instante**



E [i]	4,01%	4,00%	3,99%	3,96%
$\sigma_i$	0,00%	0,79%	1,13%	1,40%

A partir desta subárvore binomial de taxas de juros, torna-se possível construir a subárvore binomial de fatores de juros acumulados.

**Subárvore Binomial de Fatores de Juros Acumulados a partir do Segundo Instante**



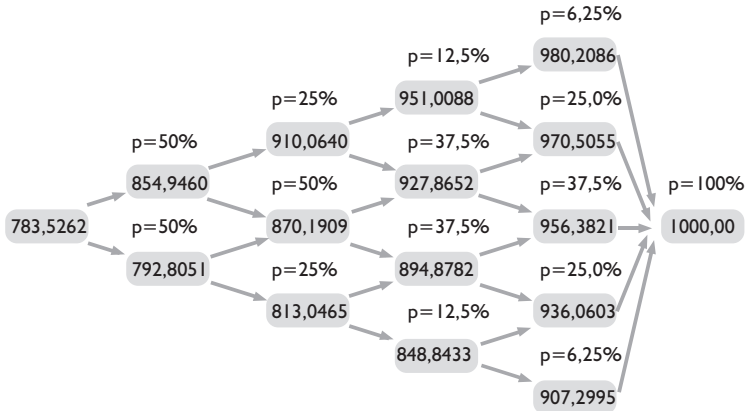
E[Fator1]	1,0401	1,0818	1,1250	1,1697
E[Fator2]	1,1697	1,1245	1,0812	1,0397

Portanto um dos PUS possíveis de ocorrer no segundo instante é igual a  $R\$ 1.000/(1+0,1697) = R\$ 854,92$  ( $R\$ 854,9460$ , quando se utiliza grande quantidade de casas decimais para efetuar os diversos cálculos).

Após conhecer todas as subárvores binomiais de fatores de juros acumulados esperados (duas de quatro períodos, três de três períodos, quatro de dois períodos e cinco de um período), torna-se possível construir a árvore binomial com os possíveis PUS do título prefixado, que atenda às características mencionadas no início desta seção, que é a *Árvore Binomial de Preços de Título Prefixado 21.1*.

A árvore binomial de preços de título prefixado 21.1 ilustra que, diferentemente do que ocorre com os PUS de um título pós-fixado, os PUS de um título prefixado podem ter seu valor reduzido, embora haja a tendência de aumentar de valor a cada período (há, entretanto, a garantia de o título aumentar de valor até o seu vencimento).

### Árvore Binomial de Preços de Título Prefixado 21.1



Curva	783,5262	822,7025	863,8376	907,0295	952,3810	1000,0000
E [PU]	783,5262	823,8755	865,8731	908,5103	953,2540	1000,0000
$\sigma_{PU}$	0,00	31,07	34,57	29,68	18,15	0,0000

#### 21.6.1 COMPARAÇÃO DAS ÁRVORES BINOMIAIS DE PREÇOS DE TÍTULOS PÓS-FIXADOS COM AS DE TÍTULOS PREFIXADOS

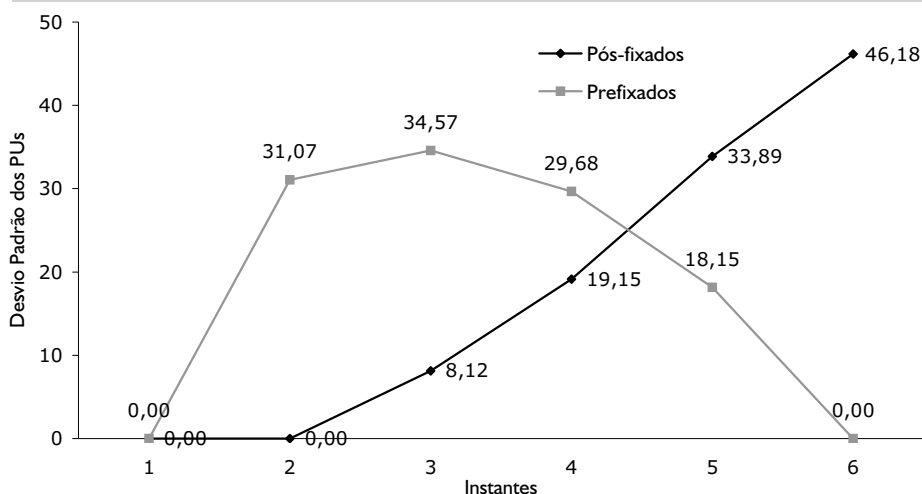
Considerando a árvore binomial de título prefixado e a árvore binomial de título pós-fixado apresentadas anteriormente, podemos notar algumas diferenças, que mencionamos a seguir.

Enquanto a dispersão dos PUS (desvio padrão dos PUS) do título pós-fixado aumenta, à medida que aumenta o número de períodos decorridos, a dispersão dos PUS do título prefixado cresce nos períodos iniciais e reduz-se nos demais períodos. O gráfico 21.1, a seguir, ilustra a dispersão do título prefixado e do título pós-fixado, do instante 1 (instante inicial) até o instante 6 (instante de vencimento do título).

A tendência de a dispersão dos PUS dos títulos prefixados crescer nos períodos iniciais e decrescer nos períodos finais, também será analisada no capítulo 30.

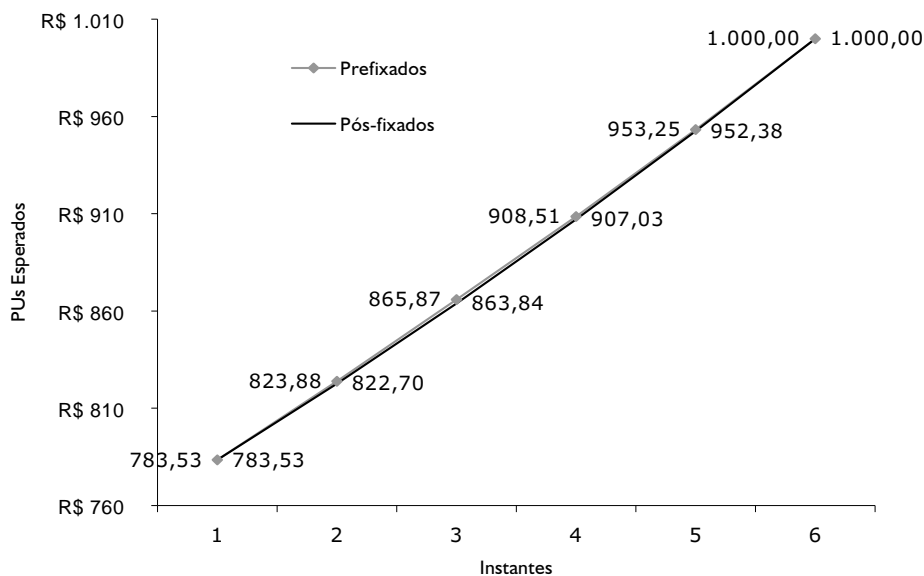
Outra diferença entre as árvores de títulos prefixados e pós-fixados está no fato de os PUS esperados dos títulos pós-fixados serem iguais aos PUS da curva original (em nosso exemplo, aumentam à taxa de 5% por período), ao passo que os PUS esperados dos títulos prefixados têm a tendência de se situar acima dos PUS da curva original, nos instantes intermediários.

Gráfico 21.1 Dispersão dos PUs de Títulos Pós-Fixados e Prefixados



Esta observação está relacionada à convexidade da função valor presente do título prefixado. Conforme havíamos demonstrado na seção 9.4, uma redução de um ponto percentual na taxa de juro acarreta um aumento no PU de um título prefixado, maior do que a redução no PU do título prefixado, gerada pelo aumento de um ponto percentual na taxa de juro. O gráfico 21.2 ilustra as diferenças entre os PUs esperados.

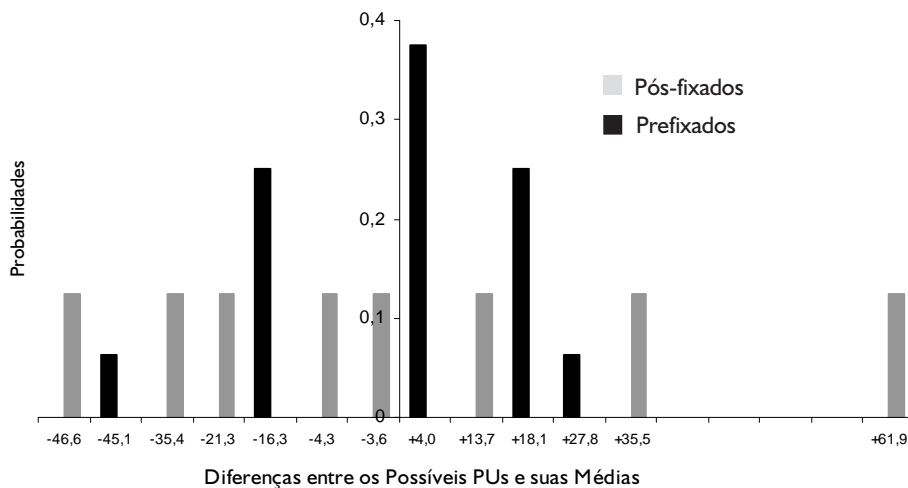
Gráfico 21.2 PUs das Curvas de Títulos Pós-Fixados e Prefixados



para as taxas de juros, se verifica a tendência de os títulos pós-fixados terem distribuições de probabilidade com cauda à direita e a tendência de os títulos prefixados terem distribuição de probabilidade com cauda à esquerda. Como admitimos que as taxas de juros têm distribuições de probabilidade com cauda à direita (as taxas de juros tendem a ser lognormalmente distribuídas, à medida que aumenta o número de períodos da árvore binomial de juros), os títulos pós-fixados também apresentam distribuições de probabilidade com cauda para a direita (assimetria positiva), dado que os preços dos títulos variam em uma relação direta com as taxas de juros. Em contrapartida, os títulos prefixados têm tendência de apresentar distribuições de probabilidade com cauda para a esquerda (assimetria negativa), na medida em que, neste caso, há uma relação inversa entre as taxas de juros e os preços dos títulos.

O gráfico 21.3 ilustra a maior dispersão para valores elevados de PUS do título pós-fixado e a maior dispersão para valores baixos de PUS do título prefixado, ambos no quinto instante. O gráfico mostra as diferenças entre os possíveis valores dos PUS no quinto instante e os PUS médios no quinto instante, ou seja, as diferenças, em valores, dos PUS em relação às suas médias.

**Gráfico 21.3** Funções de Probabilidade das Diferenças dos PUs de Títulos Pós-Fixados e Prefixados em Relação às suas Médias



No capítulo 30 efetuaremos diversas comparações referentes a títulos prefixados e pós-fixados e que são análogas às que apresentamos nesta seção.

### 21.6.2 ÁRVORES BINOMIAIS DE VALORES INTRÍNSECOS DE PUTS DE TÍTULOS PREFIXADOS

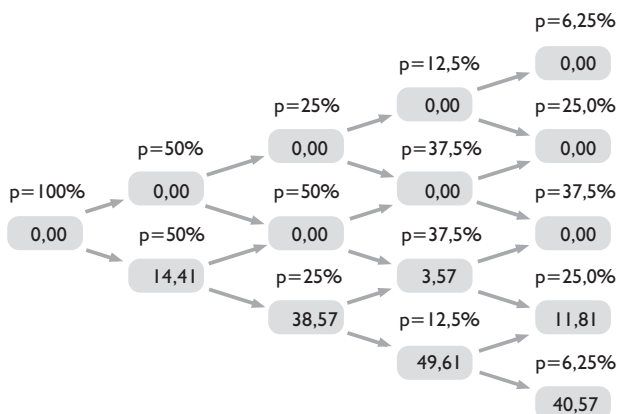
Uma curva de exercício de um título prefixado é um conjunto de preços de exercício que aumentam à taxa de exercício e que refletem os desajustes em relação

ao PU de resgate. Esses deságios correspondem a uma taxa de remuneração por período, igual à taxa de exercício. Por exemplo, uma curva de exercício de 5,5% para um título prefixado é um conjunto de preços de exercício que aumentam à taxa de 5,5% e que refletem os deságios em relação ao PU de resgate. Esses deságios correspondem à taxa de remuneração de 5,5% por período.

Para calcularmos os valores intrínsecos de uma *put* que tenha uma curva de exercício de 5,5%, basta encontrar a diferença entre os PUS da árvore binomial de títulos prefixados e os PUS da curva de exercício.

Os possíveis valores intrínsecos e o valor presente dos valores intrínsecos para cada período encontram-se na árvore binomial de valores intrínsecos de *put* de título prefixado a seguir:

Árvore Binomial de Valores Intrínsecos de *Put* de Título Prefixado 21.1



Curv.Ex.	765,13	807,22	851,61	898,45	947,87
VP E [G]	0,00	6,86	8,66	6,35	4,32
$\sigma$ VP [G]	0,00	7,21	16,70	15,99	10,37

Também neste caso, para calcular os valores presentes dos valores intrínsecos esperados foram utilizados os fatores de juros acumulados até a data do cálculo de cada valor intrínseco, referentes aos PUS específicos, em relação aos quais estiverem sendo calculados os valores intrínsecos.

Vale lembrar que, se fossem utilizadas as taxas de juros esperadas para calcular o valor presente dos valores intrínsecos, os valores encontrados seriam maiores. Esta conclusão decorre do fato de que, quando se verificam os maiores valores intrínsecos (os PUS dos títulos são menores), os fatores de juros são maiores, o que reduz os seus valores presentes.

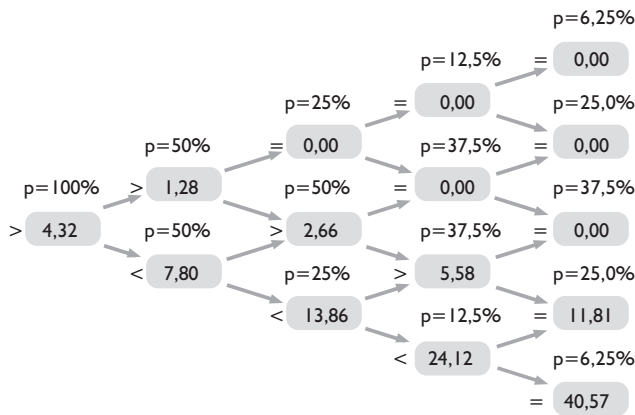
Observando as árvore binomial anterior podemos observar que há uma

correlação positiva entre as taxas de juros e os valores intrínsecos das *puts* de títulos prefixados<sup>5</sup>.

### 21.6.3 ÁRVORES BINOMIAIS DE PUTS DO TIPO EUROPEU DE TÍTULOS PREFIXADOS

Admitindo que a *put* europeia somente possa ser exercida no quinto instante, o prêmio da *put* será o valor presente da esperança de ganho no quinto instante, que, conforme já havia sido calculado na seção anterior, é igual a R\$ 4,32. A árvore binomial da *put* europeia encontra-se a seguir:

Árvore Binomial de Put do Tipo Europeu de Título Prefixado



VP E [Put]	4,32	4,32	4,32	4,32	4,32
$\sigma$ VP [Put]	0,00	5,59	7,18	9,19	11,74

### 21.6.4 ÁRVORES BINOMIAIS DE PUTS DO TIPO AMERICANO DE TÍTULOS PREFIXADOS

#### 21.6.4.1 A UTILIZAÇÃO DAS PUTS COMO INSTRUMENTO DE HEDGE DE TÍTULOS PREFIXADOS

Este tipo de *put* é bastante interessante como instrumento de *hedge* para as instituições financeiras, empresas, fundos de investimento e pessoas físicas que comprem títulos prefixados, como, por exemplo, títulos prefixados emitidos por bancos ou os títulos públicos prefixados, adquiridos por meio de licitações públicas

<sup>5</sup> Nas seções 23.1 e 25.4 apresentaremos os conceitos de delta e de  $\rho$  das opções, que medem a influência das mudanças ocorridas no preço do ativo-objeto e nas taxas de juros, respectivamente, sobre as opções. No presente caso, tanto o delta quanto o  $\rho$  são consequências diretas das taxas de juros.

dos Tesouros ou dos Bancos Centrais dos diversos países. Os títulos também podem ser adquiridos no mercado secundário de títulos.

Quando instituições financeiras estão captando recursos de terceiros a taxas pós-fixadas para aplicá-los em títulos prefixados (estão alavancadas), as perdas decorrentes de possíveis altas nas taxas de juros são bem maiores, comparativamente às situações em que não estão alavancadas.

Quando ocorre uma alta considerável nas taxas de juros, os detentores de títulos prefixados que estejam financiando os títulos (captando recursos de terceiros, diariamente<sup>6</sup>, para financiar os títulos adquiridos) sofrem grandes prejuízos, dado que os custos de captação se elevam e os rendimentos dos títulos prefixados não são afetados. Se os detentores de títulos prefixados tentarem se desfazer dos títulos (vendendo-os), os prejuízos também serão elevados, pois, conforme vimos na árvore binomial de PUS de título prefixado, o valor do título é reduzido quando o fator de juros esperado até o vencimento se eleva.

Portanto, a elevação das taxas de juros poderá causar enormes prejuízos a grande parcela dos agentes econômicos, se estes não estiverem *hedgeados*. Em contrapartida, quando reduzir os juros, o governo poderá gerar grandes lucros para os que tiverem comprado títulos a taxas prefixadas e estiverem financiando os títulos, se os agentes econômicos não estiverem *hedgeados*.

Na hipótese de ocorrer forte alta nos juros, os agentes econômicos que estiverem aplicando recursos em títulos prefixados direta ou indiretamente (por

<sup>6</sup> Geralmente as operações compromissadas de captação (venda de títulos com o compromisso de recomprá-los no dia seguinte) são realizadas pelo prazo de um dia, embora possam ser realizadas por prazos maiores. Entretanto os prazos não podem ser superiores ao prazo até o vencimento do título utilizado como lastro (título-objeto das negociações). As operações compromissadas tanto podem ser realizadas entre duas instituições financeiras (públicas ou privadas), como entre uma instituição financeira e o Banco Central. Conforme dissemos no início do capítulo 10, as operações compromissadas com títulos públicos federais, que são registradas na Câmara de Liquidação e de Custódia de Títulos Públicos (SELIC), são registradas mediante o código 1.054 e têm que ser confirmadas nos seus vencimentos, por meio do código 1.056, para que os compromissos sejam honrados (situação vigente em 2001) tanto com instituições públicas, quanto com instituições privadas. Portanto, diferentemente das operações a termo, essas operações compromissadas não representam compromissos finais e irrevogáveis, na medida em que se não houver confirmação da operação por uma das contrapartes, não haverá a recompra ou a revenda do título. É possível haver, entretanto, a existência de Câmaras de Liquidação e de Custódia de Títulos em que as operações compromissadas sejam liquidadas automaticamente, sem haver a necessidade de confirmação. Nestas últimas hipóteses, há a tendência de que os bancos custodiantes (que possuem a conta de reserva bancária e custodiam e liquidam as operações de seus subcustodiados) sejam mais cautelosos em aceitar alavancagens excessivas de seus subcustodiados (instituições financeiras que não possuem a conta de reserva bancária, como corretoras ou distribuidoras), na medida em que as suas reservas serão afetadas automaticamente pelas operações de seus subcustodiados. Esta cautela adicional tem o atrativo de ser imposta pelo próprio mercado (e não pelo governo), além de contribuir com a redução do risco sistêmico.

exemplo, por meio dos fundos de investimento) sofrerão fortes prejuízos e, dependendo do estoque de títulos prefixados existente no mercado, o efeito negativo poderá ser muito elevado. Dependendo do quanto uma instituição esteja alavancada ela poderá “quebrar” (sofrer prejuízos superiores ao seu patrimônio líquido), havendo, ainda, o risco de arrastar consigo outras instituições financeiras, empresas e pessoas físicas que tiverem crédito junto à instituição (efeito dominó)<sup>7</sup>.

Geralmente os Bancos Centrais controlam a alavancagem das instituições, com o objetivo de evitar riscos excessivos, embora possam haver falhas nesses controles, principalmente quando o acompanhamento das alavancagens não é efetuado a partir dos saldos constantes nas Câmaras de Liquidação e de Custódia de Títulos diariamente (de forma automatizada, com a utilização de computadores), mas sim com base nos balancetes das instituições, que informam as posições em títulos com defasagem e apenas dos últimos dias de cada mês. No apêndice 28 voltaremos a tratar desse tema.

A negociação de *puts* de títulos prefixados nos mercados financeiros dos diversos países propicia oportunidade de *hedge* aos compradores de títulos, que, ao adquirirem as *puts*, deixariam de temer grandes prejuízos decorrentes de grandes altas de juros, o que aumentaria a segurança do sistema financeiro e, conseqüentemente, do sistema não financeiro.

A vantagem das *puts* do tipo americano, em relação às *puts* do tipo europeu, é que elas possibilitam a limitação da perda (conhecida no mercado como *stop loss*) instantaneamente, quando ocorrerem as altas dos juros, evitando assim os prejuízos que poderiam advir, se a *put* fosse do tipo europeu e ainda restassem períodos até a data de seu exercício. Naturalmente os prêmios das *puts* americanas são maiores do que os prêmios das *puts* européias.

<sup>7</sup> Vale mencionar que as instituições financeiras não dispõem do instrumento da moratória para tentar evitar uma falência, pois, como vivem da segurança que transmitem aos seus clientes, uma instituição automaticamente os perderia, se pedisse moratória e, em conseqüência, quebraria instantaneamente. Conforme vimos no apêndice 12B, no Brasil a Lei n° 6.024/74 prevê diversas formas de intervenção do Banco Central nas instituições financeiras, como a intervenção e a liquidação extra-judicial. Há ainda o Regime de Administração Especial Temporária, instituído pelo Decreto-Lei n° 2.321/87. As intervenções podem ocorrer, inclusive, por razões da prática dos crimes de gestão fraudulenta, de gestão temerária (previstos na Lei do Colarinho Branco - Lei n° 7.492/86) ou em razão do descumprimento de normas por parte dos administradores, ainda que a instituição tenha situação patrimonial favorável. A revogação das concessões para funcionamento por parte dos governos também pode ocorrer quando empresas de transportes coletivos não cumprem as normas do setor. Conforme mencionamos anteriormente, a quebra de um banco pode acarretar grandes prejuízos para os depositantes, para diversos outros participantes do sistema financeiro e para as sociedades como um todo, nos casos em que os Bancos Centrais, os bancos públicos de fomento ou outros órgãos governamentais têm prejuízo.

É importante ressaltar que os Bancos Centrais e os Tesouros dos diversos países não podem, de forma alguma, dar gratuitamente o *stop loss* ao mercado, ou seja, comprar os títulos no mercado secundário por preços acima dos novos preços de mercado, seja por meio de operações diretas dos Bancos Centrais com o mercado ou por meio de leilões com a participação dos *dealers* dos Bancos Centrais (leilões conhecidos como informais, ou como *go-around*). Esta atitude equivaleria a transferir recursos de toda a sociedade para os detentores dos títulos prefixados, que receberiam de graça (sem terem desembolsado os prêmios das *puts*) o *stop loss*.

Esta forma desequilibrada de administrar a dívida pública de um país geraria uma assimetria de resultados para os detentores de títulos prefixados e para a sociedade do país. Se os juros tivessem grandes quedas, os detentores de títulos prefixados teriam grandes lucros e a sociedade teria a sua dívida aumentada bem mais do que se tivesse captado à taxas pós-fixadas. Por outro lado, se os juros tivessem fortes altas, os detentores de títulos prefixados teriam apenas pequenos prejuízos, devido ao fato de receberem gratuitamente o *stop loss* do governo, ao passo que a sociedade perderia grande oportunidade de ter sua dívida aumentada às taxas de juros anteriores, que eram menores, e conseqüentemente, teria que captar às novas taxas, que tornariam a dívida bem maior.

Uma política desequilibrada de administração da dívida pública de um país tornaria o custo da sua rolagem muito elevado. Isto tenderia a colocar a dívida do país em trajetória de grande elevação e, por mais que se arrecadasse tributos, obtivesse outras receitas (como as decorrentes das vendas de empresas ou de bancos estatais), cortasse gastos governamentais, ou reduzisse as taxas de juros, a dívida pública ainda poderia crescer a taxas elevadas.

No apêndice 21 trataremos de diferentes aspectos referentes à administração das dívidas públicas.

Alguns analistas consideram que a alternativa dos governos venderem o *stop loss*, por meio da venda de *puts*, seja muito interessante para a sociedade, na medida em que, por um lado, possibilita o *hedge* dos agentes econômicos

e, por outro, os prêmios arrecadados reduzem o tamanho da dívida e, conseqüentemente, passam a sobrar mais recursos para investir em outras áreas (comparativamente à alternativa de dar o *stop loss*), inclusive em saúde e em educação<sup>8</sup>.

Entretanto, caso um governo decida operar em opções de títulos públicos, é de fundamental importância que ele defina um modelo de precificação de opções a ser utilizado, a partir do qual decida se aceita ou não as propostas de compra ou de venda das opções dos licitantes, que, conforme já dissemos, devem ser provenientes de diversos segmentos das sociedades, como empresários, pessoas físicas e administradores de fundos de investimento ou de previdência, e não apenas das instituições financeiras. Com o objetivo de haver transparência das operações para a sociedade é indispensável que o modelo de precificação e as demais regras estabelecidas sejam utilizados de modo uniforme e que todas as características das negociações, principalmente as volatilidades implícitas (serão vistas na seção 22.9) praticadas, constem nos boletins diários de informações dos Bancos Centrais ou dos Tesouros dos países.

Para que não haja crescimento nos custos de rolagem das dívidas públicas, é crucial que os governos, na média, não tenham prejuízos com as suas operações em mercados derivativos.

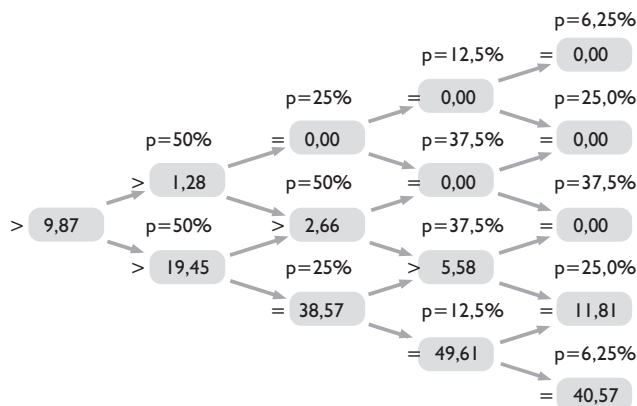
Conforme comentaremos no apêndice 21, muitos analistas acreditam que as sociedades (por meio dos Tesouros ou dos Bancos Centrais) tendam a receber melhores propostas e a reduzir os custos de rolagens de suas dívidas públicas, se as participações nas licitações públicas (de opções, de títulos, de moedas externas, ou de outros derivativos) forem disponíveis para todos os agentes econômicos e não apenas para o segmento das instituições financeiras. No caso do Brasil, vale mencionar o bem sucedido sistema de licitações públicas utilizado pelos órgãos governamentais, *comprasnet.gov.br*, por meio do qual diversos órgãos públicos efetuam suas licitações em tempo real, via internet (situação vigente em 2002). Essas licitações têm grandes vantagens em relação às licitações efetuadas da forma tradicional, como maior agilidade, maior transparência das propostas e, principalmente, a de facilitar a participação de um número muito maior de licitantes.

<sup>8</sup> Não devemos esquecer que o mercado dispõe de outras alternativas de *hedge* (e que também possibilitam arbitragem) contra variações adversas dos juros, como os contratos de juros futuros, a termo e de *swaps*, e que independem da atuação do governo.

### 21.6.4.2 A PRECIFICAÇÃO DAS *PUTS* DO TIPO AMERICANO DE TÍTULOS PREFIXADOS

Seguindo as regras mencionadas ao longo deste capítulo, construímos a árvore binomial de *put* do tipo americano de título prefixado a seguir:

Árvore Binomial de *Put* do Tipo Americano de Título Prefixado 21.1



VP E [ <i>Put</i> ]	9,87	9,87	9,87	6,99	4,32
$\sigma$ VP [ <i>Put</i> ]	0,00	13,78	19,38	17,87	11,74

Como se pode observar, o prêmio justo da *put* do tipo americano teve aumento de 128,47% em relação ao prêmio da *put* do tipo europeu.

Vale lembrar que, se fossem utilizadas as taxas de juros esperadas para calcular o valor presente das *puts*, os valores encontrados seriam maiores. Esta conclusão decorre do fato de que, quando ocorrem os maiores ganhos pelo exercício antecipado da *put* ou quando os prêmios são mais elevados (os PUS dos títulos são menores), os fatores de juros são maiores, o que reduz o valor presente da *put*.

Como se pode perceber, as *puts* de títulos prefixados são análogas às *calls* de títulos pós-fixados, na medida em que ambas geram ganhos para seus titulares, quando ocorrem as altas nas taxas juros, e ganho para os lançadores, quando ocorrem reduções nas taxas de juros. Como instrumento de *hedge*, ambas possibilitam a proteção contra altas nas taxas de juros aos participantes que as comprarem e proteção contra a queda nas taxas de juros aos participantes que as venderem.

### 21.7 ÁRVORES BINOMIAIS DE *CALLS* DE TÍTULOS PREFIXADOS

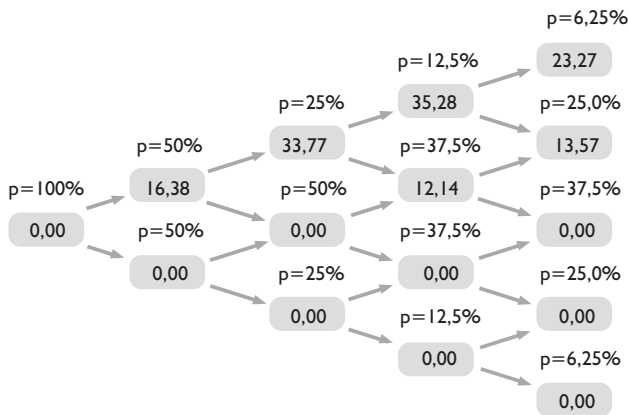
As *calls* de títulos prefixados poderiam ser utilizadas como instrumento

de *hedge* pelos emissores de títulos prefixados que desejassem proteger-se de uma possível queda na taxa de juro. Ao comprar as *calls*, os emissores estariam protegendo-se de uma possível alta dos PUS dos títulos prefixados que houvessem emitido.

### 21.7.1 ÁRVORES BINOMIAIS DE VALORES INTRÍNSECOS DE CALLS DE TÍTULOS PREFIXADOS

Admitindo que a *call* tenha uma curva de exercício de 4,5% e vencimento no quinto instante, obtém-se a seguinte árvore binomial de valores intrínsecos:

Árvore Binomial de Valores Intrínsecos de *Call* de Título Prefixado



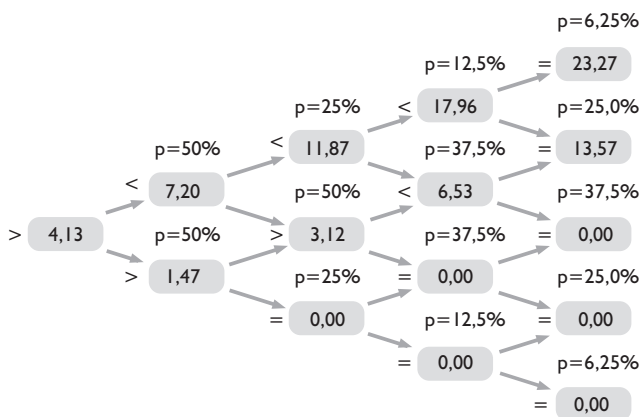
Curv.Ex.	802,45	838,56	876,30	915,73	956,94
VP E [G]	0,00	7,80	7,73	7,91	4,13
$\sigma$ VP [G]	0,00	11,59	16,88	14,52	8,94

Pode-se observar que há uma correlação negativa entre as taxas de juros e os valores intrínsecos das *calls* de títulos prefixados.

### 21.7.2 ÁRVORES BINOMIAIS DE CALLS DO TIPO EUROPEU DE TÍTULOS PREFIXADOS

A árvore binomial de uma *call* do tipo europeu que tivesse a curva de exercício de 4,5% e vencimento no quinto instante seria a seguinte:

Árvore Binomial de *Call* do Tipo Europeu de Títulos Prefixado 21.1

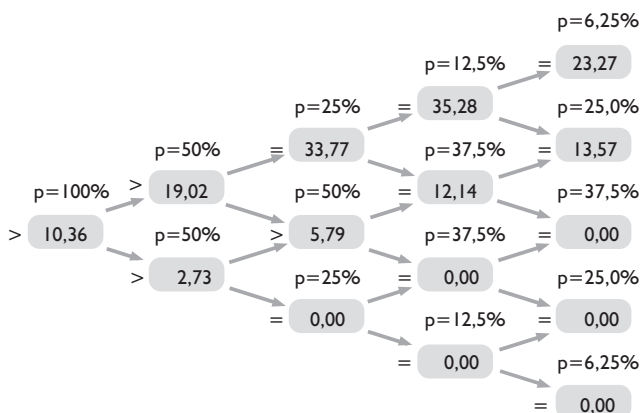


VP E [ <i>Call</i> ]	4,13	4,13	4,13	4,13	4,13
$\sigma$ VP [ <i>Call</i> ]	0,00	5,20	6,33	7,51	8,94

21.7.3 ÁRVORES BINOMIAIS DE *CALLS* DO TIPO AMERICANO DE TÍTULOS PREFIXADOS

A árvore binomial da *call* do tipo americano que tivesse a curva de exercício de 4,5% e vencimento no quinto instante seria a seguinte:

Árvore Binomial de *Calls* do Tipo Americano de Títulos Prefixado 21.1



VP E [ <i>Call</i> ]	10,36	10,36	10,36	7,91	4,13
$\sigma$ VP [ <i>Call</i> ]	0,00	13,58	17,37	14,52	8,94

Como se pode observar, o prêmio justo da *call* do tipo americano teve aumento de 150,85% em relação ao prêmio da *call* do tipo europeu.

Pode-se notar que as *calls* de títulos prefixados são análogas às *puts* de títulos pós-fixados, na medida em que ambas geram ganhos para seus titulares, quando ocorrem quedas nas taxas de juros, e ganho para os lançadores, quando ocorrem altas nas taxas de juros. Como instrumento de *hedge*, ambas possibilitam a proteção contra quedas nas taxas de juros aos participantes que as comprarem e proteção contra alta nas taxas de juros aos participantes que as venderem.

## APÊNDICE 21

### A ADMINISTRAÇÃO DAS DÍVIDAS PÚBLICAS

Neste apêndice vamos mostrar não apenas a forma operacional como os Tesouros e os Bancos Centrais efetuam as licitações públicas de títulos governamentais (por meio das quais vendem e compram títulos públicos), mas também, alternativas às formas atuais e que visam, principalmente, tornar acessível e efetiva a participação dos diversos agentes econômicos nas licitações públicas de títulos. O que se observa nos sistemas de licitações de títulos utilizados em alguns países é que, na prática, apenas uma parcela dos agentes econômicos tem participação efetiva nas vendas e compras de títulos ou de derivativos, que são as instituições financeiras.

Os benefícios para os Tesouros e para os Bancos Centrais (ou seja, para as sociedades) de ampliar a base efetiva dos licitantes em suas licitações públicas de títulos são o aumento da concorrência, o aumento da liquidez e a conseqüente redução do custo de rolagem das dívidas públicas, o que certamente torna as sociedades menos pobres.

#### A21.1 OS SISTEMAS DE NEGOCIAÇÕES ATUAIS: OS LEILÕES FORMAIS, OS LEILÕES INFORMAIS E AS TRANSAÇÕES DIRETAS

##### Leilões Formais

Nos leilões formais (também conhecidos como ofertas públicas) de títulos públicos ou de derivativos (nos casos em que os Tesouros ou os Bancos Centrais negociam derivativos), as propostas de compra e de venda são efetuadas via terminais de computadores, pelas instituições financeiras aos Tesouros ou aos Bancos Centrais. Geralmente, apenas as instituições financeiras têm acesso direto aos terminais de computadores por meio dos quais são efetuadas as propostas aos Tesouros ou aos Bancos Centrais.

As propostas são efetuadas diretamente pelas instituições financeiras, via computador (no Brasil, em passado recente as propostas de compra de títulos públicos, assinadas pelos diretores responsáveis, eram entregues fisicamente em envelope, no Banco Central do Rio de Janeiro).

As pessoas físicas, as pessoas jurídicas não-financeiras e os administradores de fundos de investimento ou de fundos de previdência também podem participar, mas é necessário que alguma instituição financeira aceite efetuar propostas para

aqueles agentes econômicos, dado que eles não têm acesso aos terminais dos sistemas eletrônicos que transmitem as propostas aos Tesouros ou aos Bancos Centrais.

O custo para as instituições financeiras, de utilizarem o acesso que têm aos sistemas eletrônicos (que transmitem as propostas aos Tesouros ou aos Bancos Centrais) para efetuarem (digitarem) as propostas de seus clientes, decorre do fato de haver limitação no número máximo de propostas que cada instituição pode efetuar, decorrente das regras das licitações. Desse modo, ao aceitarem transmitir propostas de seus clientes aos Tesouros ou aos Bancos Centrais, elas estarão reduzindo o número de propostas que podem efetuar para elas próprias (por exemplo, o limite superior de propostas poderia ser de três ou de cinco por instituição). Conforme já dissemos, em alguns países, na prática a participação do público não-financeiro nos leilões formais é mínima.

Os leilões formais geralmente destinam-se às compras e vendas de títulos ou de derivativos (quando os Tesouros ou os Bancos Centrais operam em derivativos) no mercado primário, ou seja, às licitações públicas de títulos que não tenham sido previamente emitidos, ou à abertura de posições, por parte dos Tesouros ou dos Bancos Centrais, em mercados derivativos.

### Leilões Informais

Nos leilões informais as propostas de compra ou de venda, referentes às licitações públicas de títulos públicos, de reservas, ou de contratos derivativos, são efetuadas informalmente, por meio de telefones, pelas instituições financeiras aos Bancos Centrais.

Portanto, no sistema de leilões informais, as licitações públicas não têm que se submeter a um rito formal que envolva assinaturas em papel ou assinaturas eletrônicas.

Geralmente, esta alternativa informal de efetuar as licitações públicas destina-se às compras e vendas de moedas externas e também às compras e vendas de títulos ou de derivativos (quando for o caso) no mercado secundário, ou seja, às licitações públicas de títulos que já tenham sido previamente emitidos ou ao encerramento de posições previamente assumidas em derivativos pelos Tesouros ou pelos Bancos Centrais.

Os leilões informais somente fazem sentido quando as negociações dos ativos ou dos derivativos entre os participantes da iniciativa privada ocorrem em ambiente de balcão não-organizado, ou seja, via telefone, em vez de ocorrerem em ambiente de pregão eletrônico ou de viva-voz, nos quais há a centralização das ofertas de

compra e de venda. Nos sistemas de negociação em pregão, as ofertas têm que ser formalizadas e atender a todas as regras dos leilões eletrônicos ou de viva-voz, ou seja, as ofertas não podem ser informais. No Brasil, os títulos públicos, as reservas e as moedas externas são negociadas predominantemente em ambiente de balcão não-organizado, ou seja, via telefone.

Como os leilões informais ocorrem via telefone, é fácil perceber que haveria dificuldades do ponto de vista operacional, para que as mesas de operações dos Bancos Centrais atendessem centenas de ligações telefônicas ao mesmo tempo. Para amenizar esta dificuldade operacional, os Bancos Centrais geralmente nomeiam instituições financeiras (públicas ou privadas), conhecidas como *dealers*, para os auxiliarem (os funcionários dos *dealers* auxiliam os funcionários dos Bancos Centrais).

Há *dealers* nomeados para auxiliarem nos leilões informais de moedas externas e *dealers* nomeados para auxiliarem nos leilões informais de títulos públicos ou de reservas.

Portanto, os *dealers* realizam a interface telefônica entre os Bancos Centrais e as demais instituições financeiras nas licitações públicas informais, o que torna possível aos Bancos Centrais receberem, via telefone, propostas informais de compra e de venda de moedas externas, de títulos, de reservas e de derivativos, de centenas de instituições financeiras.

Vale observar que nos leilões via *dealers*, as instituições financeiras não podem licitar a quaisquer preços, mas sim aos preços que cada *dealer* estipular (com base nos acompanhamentos telefônicos que os *dealers* efetuam dos preços e taxas praticados nos mercados secundários), e que geralmente são diferentes entre si. Desse modo, as instituições financeiras escolhem os *dealers*, por meio dos quais efetuarão as propostas nas licitações públicas informais aos Bancos Centrais, de acordo com os preços ou as taxas que cada *dealer* estipular.

A grande desvantagem do sistema dos leilões informais (via *dealers*) é que, na prática, somente as instituições financeiras têm acesso aos leilões. Isto ocorre por meio dos telefones das mesas de operações das instituições, que se comunicam com as mesas de operações dos *dealers* (que têm canais telefônicos de comunicação próprios), com o propósito de participar das licitações públicas.

É importante lembrar que o sistema de leilões (licitações públicas) informais foi implantado há várias décadas e é, portanto, muito anterior às facilidades e vantagens propiciadas pela *internet*. Além das facilidades, a *internet*, ou outros sistemas eletrônicos de negociação, propiciam maior segurança e maior transparência. Há também a formalização das propostas (todas as condições das propostas ficam registradas em computadores e há assinaturas eletrônicas), assim como há maior capacidade dos Bancos Centrais e dos Tesouros de receberem um número muito grande de propostas simultaneamente e com maior agilidade.

A *internet* apresenta ainda a grande vantagem de propiciar a participação dos diversos agentes econômicos em igualdade de condições com as instituições financeiras conforme comentaremos na seção A21.3.

### Transações Diretas

Neste caso os Bancos Centrais realizam compras e vendas de títulos públicos, de moedas externas, de captação e empréstimo de recursos, de ou aberturas e encerramentos de posições em mercados derivativos, diretamente com as instituições financeiras, sem a realização de leilões formais ou de leilões informais. Nos países em que os Bancos Centrais praticam essas operações, as suas mesas de operações compram e vendem, por meio de telefone, diretamente das/para as mesas de operações das instituições financeiras, negociando os preços ou taxas diretamente. Nestes países, é possível que essa forma de negociar seja utilizada inclusive em momentos de crise, talvez para impedir a quebra de alguma instituição considerada sistemicamente importante e, desse modo, evitar o risco sistêmico.

## A21.2 DIVULGAÇÃO DAS TRANSAÇÕES EFETUADAS PELOS BANCOS CENTRAIS OU PELOS TESOUROS

Um dos principais desafios que os Bancos Centrais vêm enfrentando nos últimos anos é o de difundir por uma parcela maior de suas populações, a importância das políticas econômicas e dos critérios operacionais que adotam, tais como:

- políticas monetárias;
- políticas cambiais;

- políticas de administração das dívidas públicas, incluindo as políticas de emissão, de resgate e de trocas dos diversos tipos de títulos públicos;
- políticas de *hedge*. Alguns Bancos Centrais tanto podem operar em derivativos com objetivos de efetuar *hedge* sobre as dívidas dos governos, ou com objetivos de ofertar *hedge* para segmentos específicos das sociedades, sendo que nestes casos os Bancos Centrais poderão estar aumentando os riscos das dívidas dos governos (do ponto de vista de administração de risco os Bancos Centrais estariam operando como especuladores);
- critérios de concessão de licenças para o funcionamento de novas instituições financeiras;
- políticas de fiscalização das instituições financeiras existentes;
- critérios de cassação de licenças previamente concedidas, critérios para efetuar a intervenção ou a liquidação extrajudicial das instituições financeiras (no caso do Brasil há ainda o RAET, conforme vimos no apêndice 12B). Embora haja leis que regulamentem os temas, os dirigentes sempre têm grande margem para atuar discricionariamente, conforme a situação, dentro dos limites legais;
- critérios para a escolha das formas de negociação dos títulos públicos, de moedas estrangeiras e de contratos em mercados derivativos (leilões formais, informais e, quando for o caso, transações diretas); e
- critérios para a seleção das instituições que serão *dealers*, entre outros.

Em alguns países os Bancos Centrais já foram chamados pelas imprensas de expressões como “Caixa Preta” por diversas vezes. Possivelmente devido ao fato de que, mesmo sendo os órgãos públicos que realizam as licitações públicas de maior vulto e com grande frequência (diariamente são realizados diversos leilões e que envolvem muitos bilhões de dólares), as suas licitações não são compreendidas e nem têm a participação da maior parcela das sociedades.

Desse modo, acredita-se que as divulgações diárias e detalhadas por parte dos Bancos Centrais dos diversos países, de todas as operações ocorridas a cada dia, nos moldes dos boletins diários de informações das bolsas, nos quais fossem discriminadas todas as condições e características, incluindo as formas de negociações utilizadas (licitações formais, informais ou, quando for o caso, operações diretas) seriam bastante educativas e trariam grandes contribuições para ampliar a compreensão por parte das sociedades, o que lhes permitiriam avaliar melhor as inúmeras decisões que são

tomadas diariamente pelos dirigentes dos Bancos Centrais, referentes às dívidas públicas das sociedades, ou aos seus patrimônios (como no caso das reservas em moedas externas).

Por exemplo, poderiam ser divulgados boletins diários de informações discriminando as taxas e preços praticados pelos Bancos Centrais em suas operações de compras e de vendas de moedas externas, de títulos, de captações e de aplicações de recursos e de aberturas ou de encerramentos de posições em mercados derivativos.

Também seria bastante educativo para as sociedades se os Bancos Centrais justificassem as motivações econômicas que os levam a decidir pela emissão de títulos de curto ou de longo prazos, prefixados ou pós-fixados, com indexação a índices de preços ou a taxas de câmbio, assim como as motivações que os levam a efetuar trocas de títulos, podendo trocar indexadores ou encurtar ou alongar os prazos de vencimentos das dívidas. Da mesma forma, poderiam expor as motivações que os levam a assumir posições em mercados derivativos que tenham variação cambial como variáveis ativas ou variáveis passivas ou que tenham taxas de juros flutuantes como variáveis ativas ou variáveis passivas.

No caso das operações efetuadas em mercados derivativos, as justificativas poderiam ser as de reduzir as volatilidades das dívidas, como, por exemplo, as estratégias de comprar dólar no mercado futuro ou de abrir posições em *swaps* tendo dólar como variável ativa, no caso do país ter volumes significativos de dívidas com indexação ao dólar.

Por outro lado, se os Bancos Centrais dos países que tenham volumes significativos de dívidas com indexação ao dólar decidem vender dólar nos mercados futuros ou abrir posições em *swaps* tendo dólar como variável passiva, a justificativa poderia ser a de oferecer *hedge* cambial à parcela dos agentes econômicos que tem acesso às licitações públicas realizadas pelos Bancos Centrais, que são as instituições financeiras.

Neste último caso deve-se estar atento para o fato, já mencionado anteriormente, de que as dívidas públicas das sociedades passam a estar muito mais voláteis do que antes dos Bancos Centrais abrirem as posições em mercados derivativos e passam a crescer “duplamente” em decorrência de possíveis altas cambiais.

Além disso, é necessário que os órgãos de fiscalizações dos países mantenham muita atenção a possíveis ações de manipuladores, no sentido de forçar a alta do dólar para obter grandes ganhos nos mercados derivativos. Conforme havíamos mencionado no capítulo 1, quando órgãos públicos assumem posições em mercados derivativos, há a quebra de equilíbrio entre os comprados e os vendidos da iniciativa privada. Por exemplo, quando os Bancos Centrais vendem dólar nos mercados derivativos, apenas uma parte dos vendidos continuam sendo da iniciativa privada,

ao mesmo tempo em que o número total de comprados (que geralmente aumenta) permanece sendo da iniciativa privada. Portanto, poderia haver o risco de que a taxa de câmbio fosse manipulada para cima, principalmente se fosse negociada em mercado de balcão não-organizado (mercado de telefone).

Acredita-se também que se os Tesouros e os Bancos Centrais estimulassem (com ampla publicidade e facilidade de acessos) a participação efetiva dos diversos agentes econômicos, inclusive as pessoas físicas, as empresas e os administradores de fundos de investimento ou de previdência, nas licitações públicas que promovem diariamente, haveria maior compreensão e aceitação por parte da sociedade a respeito das políticas e decisões adotadas por aqueles órgãos.

### A21.3 ALTERNATIVAS AOS SISTEMAS DE NEGOCIAÇÕES ATUAIS

Nesta seção apresentamos alternativas aos sistemas de licitações públicas utilizados pelos Bancos Centrais e Tesouros, que são órgãos públicos, para que, juntamente com outras alternativas que visem o aperfeiçoamento dos sistemas tradicionais, possam ser discutidas pelas sociedades.

As licitações públicas de títulos (também chamadas de ofertas públicas) quando realizadas por meio da *internet* (ou de outro sistema eletrônico de negociação) têm a grande vantagem de propiciar enorme expansão na base dos potenciais licitantes, para os demais agentes econômicos que não sejam instituições financeiras.

É fácil perceber que as negociações de títulos públicos nos mercados primários e secundários via *internet* propiciariam maior pulverização e liquidez aos títulos, o que certamente facilitaria as negociações de títulos em sistemas eletrônicos de negociação, de forma semelhante ao que já vem ocorrendo nos já testados e bem sucedidos sistemas de negociações via *internet*, de ações e de derivativos das bolsas de valores, conhecidos como *home-broker*, inclusive com a participação de pessoas físicas, de empresas e de administradores de fundos de investimento ou de previdência. Outro sistema de licitação eletrônica que merece ser mencionado é o *comprasnet.gov.br*, por meio do qual os órgãos públicos do Brasil podem efetuar licitações públicas via *internet* (situação vigente em 2002, conforme já mencionado ao final da seção 21.6.4.1). Por sua vez, o aumento da liquidez dos títulos públicos tenderia a reduzir os custos de rolagem das dívidas públicas dos diversos países, o que traria um imenso benefício social, dado que isto tornaria as sociedades menos pobres.

Conforme comentamos no capítulo 1, nos sistemas de negociação conhecidos como *home broker* é possível aos clientes das corretoras (inclusive os clientes pessoas físicas e pessoas jurídicas não-financeiras) comprar e vender ações ou derivativos

nos leilões eletrônicos das bolsas, transmitindo as ordens de compra e de venda, de ações ou de derivativos, a partir de seus computadores pessoais, via *internet*.

Os limites operacionais dos clientes são fornecidos pelas corretoras e os custos operacionais tendem a ser muito reduzidos, na medida em que as corretoras não necessitam mobilizar funcionários para executar as ordens. As ordens transmitidas pelos clientes são garantidas pelas corretoras e, se eventualmente algum cliente não tiver recursos para honrar as ordens, as corretoras têm que honrá-las na medida em que são as corretoras que concedem os limites operacionais aos clientes. Para conceder os limites, as corretoras baseiam-se em depósitos e garantias oferecidos pelos clientes e em suas rendas e patrimônios. A co-responsabilidade das corretoras também existe nas ordens transmitidas do modo tradicional, ou seja, por telefone.

Nos sistemas de licitações (ou leilões) de títulos públicos por telefone (informais) apenas as instituições financeiras recebem informações dos *dealers* a respeito das licitações públicas que os Bancos Centrais irão efetuar, até pelo fato de que, em geral, os Bancos Centrais concedem apenas poucos minutos para que os licitantes efetuem as suas propostas. Desse modo, a transparência de informações a respeito das licitações públicas efetuadas pelos Bancos Centrais, para os agentes econômicos que não sejam instituições financeiras, geralmente ocorre apenas quando já não é mais possível participar das licitações.

O grande problema do sistema dos leilões informais (via *dealers*) é que, na prática, somente as instituições financeiras têm acesso. Isto ocorre por meio dos telefones das mesas de operações das instituições, que se comunicam com as mesas de operações dos *dealers*, com o propósito de participar das licitações públicas.

Conforme já dissemos, as licitações de títulos públicos, ou de contratos derivativos, por meio da *internet* ou de outros sistemas eletrônicos de negociação propiciam maior capilaridade às licitações, o que permite a participação, **em igualdade de condições com as instituições financeiras**, de grande número de pessoas físicas, de empresas e de administradores de fundos de investimento ou de previdência. Desse modo, as mesas de operações dos Bancos Centrais poderiam receber milhares de ofertas de compra ou de venda de títulos públicos dos diversos agentes econômicos, e não apenas de instituições financeiras como ocorre nos sistemas de leilões informais (via *dealers*).

Outra importante vantagem das negociações de títulos por meio da *internet* é a sua formalização, na medida em que todas as características de preços e quantidades das ofertas ficariam automaticamente registradas em computadores e, desse modo, evitariam eventuais falhas nas comunicações via telefone.

Também é importante lembrar que, do ponto de vista jurídico, as licitações efetuadas por órgãos públicos (Tesouros e Bancos Centrais) por meio da *internet* ou

de outros sistemas eletrônicos de negociação que propiciem igualdade de condições a todos os agentes econômicos (inclusive a pessoas físicas e empresas) são totalmente defensáveis, na medida em que atendem aos **três postulados fundamentais das licitações públicas**, que são a formalidade, a publicidade e a absoluta igualdade entre os licitantes.

#### A21.4 FORMAS DE ADMINISTRAR DÍVIDAS PÚBLICAS

Se por um lado os governos não devem procurar rolar as suas dívidas sempre a custos menores dos que os de mercado, na medida em que isso acarretaria remunerações inferiores aos compradores dos títulos, por outro, os governos têm a obrigação de não permitirem que os custos de rolagem sejam sistematicamente superiores às taxas de juros de mercado, pois isto aumenta o endividamento das sociedades, tornando-as mais pobres.

Como se sabe, os dirigentes dos Bancos Centrais e dos Tesouros dos diversos países têm maior conhecimento (possuem informações sigilosas/privilegiadas), em relação aos compradores e vendedores de títulos públicos da iniciativa privada, a respeito das decisões econômicas que provavelmente serão tomadas no futuro, na medida em que as decisões serão tomadas por eles próprios, juntamente com outros integrantes dos poderes executivos. Portanto, seria relativamente fácil (pelo ou menos no curto prazo) para eles, conseguirem rolar as dívidas públicas a taxas inferiores às taxas de juros praticadas no mercado.

##### A 21.4.1 DECISÕES QUE REDUZEM OS CUSTOS DE ROLAGEM DAS DÍVIDAS PÚBLICAS

São exemplos de atitudes a serem tomadas por dirigentes dos Bancos Centrais e dos Tesouros, que **tendem a reduzir os custos de rolagem das dívidas públicas**:

- implementar esforços no sentido de emitir títulos prefixados (se possível de prazos longos), quando a equipe econômica tomou a decisão de promover aumentos nos juros em futuro próximo;
- procurar trocar títulos pós-fixados previamente emitidos, por títulos prefixados, quando há a intenção (da equipe econômica) de promover aumentos nos juros;
- buscar a emissão de títulos pós-fixados quando há a intenção de promover redução nos juros;

- tentar trocar títulos prefixados previamente emitidos, por títulos pós-fixados, quando há a intenção de promover redução nos juros;

Quando se trata de países cujos Bancos Centrais ou Tesouros emitem títulos indexados a taxas de câmbio, ou operam em mercados derivativos, pode-se citar, ainda, os exemplos a seguir:

- tentar emitir títulos cambiais, quando a equipe econômica tomou a decisão de efetuar política cambial com o objetivo de reduzir a taxa de câmbio;
- operar em mercados derivativos tendo câmbio como posição passiva (por exemplo, vender dólar no mercado futuro, ou efetuar *swap* cambial tendo dólar como variável passiva) quando há a intenção (da equipe econômica) de reduzir a taxa de câmbio;
- operar em mercados derivativos tendo câmbio como posição ativa, quando há a intenção de aumentar a taxa de câmbio;
- operar em mercados derivativos tendo juros como posição ativa, quando há a intenção de aumentar as taxas de juros;
- operar em mercados derivativos tendo juros como posição passiva, quando há a intenção de reduzir as taxas de juros.

Conforme dissemos, se os governos agissem sistematicamente das formas anteriormente mencionadas, os compradores de títulos públicos, e as contrapartes dos governos em operações nos mercados derivativos, tenderiam a obter remunerações inferiores às taxas de juros (ou a sofrer prejuízos), embora, em contrapartida, as sociedades tivessem tendência de terem suas dívidas roladas a taxas inferiores às taxas de juros.

Embora trouxesse benefícios de curto prazo para as sociedades, esta política de administração de dívida pública não poderia ser considerada equilibrada.

A seguir mostraremos formas desequilibradas de administrar dívidas públicas e que são extremamente danosas para as sociedades.

#### A21.4.2 DECISÕES QUE AUMENTAM OS CUSTOS DE ROLAGEM DAS DÍVIDAS PÚBLICAS

Nesta seção mencionaremos atitudes que tendem a gerar grandes prejuízos para as sociedades e grandes lucros para participantes que operem com os Bancos Centrais ou Tesouros. Conforme havíamos mencionados no apêndice 1, os dirigentes

de diversos órgãos públicos necessitam ter grande firmeza de propósitos e agir de forma organizada, coordenada e perseverante para não ceder a pressões, que tendem a ser proporcionais aos volumes financeiros envolvidos, de alguns participantes do mercado no sentido dos dirigentes tomarem decisões que propiciariam lucros de dezenas de bilhões de dólares aos participantes do mercado.

São exemplos de atitudes dos dirigentes dos Bancos Centrais e dos Tesouros, que tendem a aumentar os custos de rolagem das dívidas públicas:

- implementar esforços no sentido de emitir títulos pós-fixados, quando há a intenção de promover aumentos nos juros;
- procurar trocar títulos prefixados previamente emitidos (preferencialmente os de prazos longos), por títulos pós-fixados, quando há a intenção de promover aumentos nos juros;
- buscar a emissão de títulos prefixados (se possível de prazos longos), quando há a intenção de promover redução nos juros;
- tentar trocar títulos pós-fixados previamente emitidos, por títulos prefixados, quando há a intenção de promover redução nos juros.

Quando se trata de países cujos Bancos Centrais ou Tesouros emitem títulos indexados a taxas de câmbio ou operam em mercados derivativos, pode-se citar, ainda, os exemplos a seguir:

- tentar emitir títulos cambiais, quando os governantes têm a intenção de efetuar política cambial com o objetivo de aumentar a taxa de câmbio. Também seria considerada atitude que propicia aumento nos custos de rolagem das dívidas públicas, a não interferência de órgãos governamentais sobre as taxas de câmbio, quando há participantes manipulando as taxas no sentido de aumentá-las de forma artificial e obter lucros que podem chegar a dezenas de bilhões de dólares. Conseqüentemente, as sociedades teriam prejuízos de bilhões de dólares;
- operar em mercados derivativos tendo câmbio como posição passiva quando há a intenção de aumentar a taxa de câmbio;
- operar em mercados derivativos tendo câmbio como posição ativa, quando há a intenção de reduzir a taxa de câmbio;
- operar em mercados derivativos tendo juros como posição passiva, quando há a intenção de aumentar as taxas de juros;
- operar em mercados derivativos tendo juros como posição ativa, quando há a intenção de reduzir as taxas de juros;

Conforme dissemos, se os governos agissem sistematicamente dessa forma, os compradores de títulos públicos, e as contrapartes dos governos em operações nos mercados derivativos (na prática, os principais são os bancos e as demais instituições financeiras), tenderiam a obter remunerações muito superiores às taxas de juros e a auferir lucros elevadíssimos, ao mesmo tempo em que as sociedades tenderiam a ter suas dívidas roladas a taxas elevadíssimas, sendo muito superiores às taxas de juros.

Esta forma desequilibrada de administrar as dívidas públicas é extremamente danosa para as sociedades e as tornam muito mais pobres.

#### A21.5 COMPARAÇÃO DA FORMA EQUILIBRADA COM AS FORMAS DESEQUILIBRADAS DE ADMINISTRAÇÃO DAS DÍVIDAS PÚBLICAS

É importante estar ciente de que os dirigentes dos Bancos Centrais e dos Tesouros têm a alternativa de rolar as dívidas públicas dos países emitindo apenas títulos pós-fixados de prazos curtos, que permitem a rolagem das dívidas públicas às taxas de juros acumuladas (em tempos de normalidade os deságios ou ágios verificados na emissão de títulos pós-fixados de curto prazo são muito reduzidos, dado que não há riscos das remunerações dos títulos serem diferentes das taxas de juros).

Tendo em vista que é possível rolar as dívidas públicas às taxas de juros de mercado, se os dirigentes dos Tesouros ou dos Bancos Centrais decidirem, discricionariamente, atuar de forma diferente, seja por motivações de redução de risco das dívidas públicas ou para atender à demanda das instituições financeiras, eles têm algumas alternativas a serem adotadas, tais como:

- diversificar as características e os vencimentos dos títulos, inclusive optando pela emissão de títulos com indexação cambial;
- atuar em mercados derivativos, para efetuar *hedge* das dívidas públicas (ou seja, *hedge* em favor da sociedade) ou para propiciar *hedge* às instituições financeiras (dado que geralmente somente as instituições financeiras têm acesso aos leilões dos Bancos Centrais nos mercados derivativos, inclusive em decorrência do fato de em muitos casos os leilões não serem realizados em bolsas).

Em princípio, os dirigentes dos Tesouros ou dos Bancos Centrais devem ter como meta a obtenção do mesmo custo de rolagem que seria obtido na alternativa de emitir apenas títulos pós-fixados de curto prazo, ou seja, igual à taxa de juros acumulada.

A diversificação dos vencimentos e das características dos títulos prefixados ou indexados às taxas de juros internas, assim como a atuação dos Bancos Centrais em mercados derivativos com o objetivo de reduzirem os riscos das dívidas públicas, podem ser estratégias defensáveis, desde que, juntamente com as demais possíveis formas de atuação mencionadas, na média não acarretem custos de rolagem das dívidas maiores do que as taxas de juros acumuladas.

De fato, a rolagem das dívidas públicas a taxas superiores às taxas de juros acumuladas impõem um custo social dramático para os países, especialmente para os mais pobres.

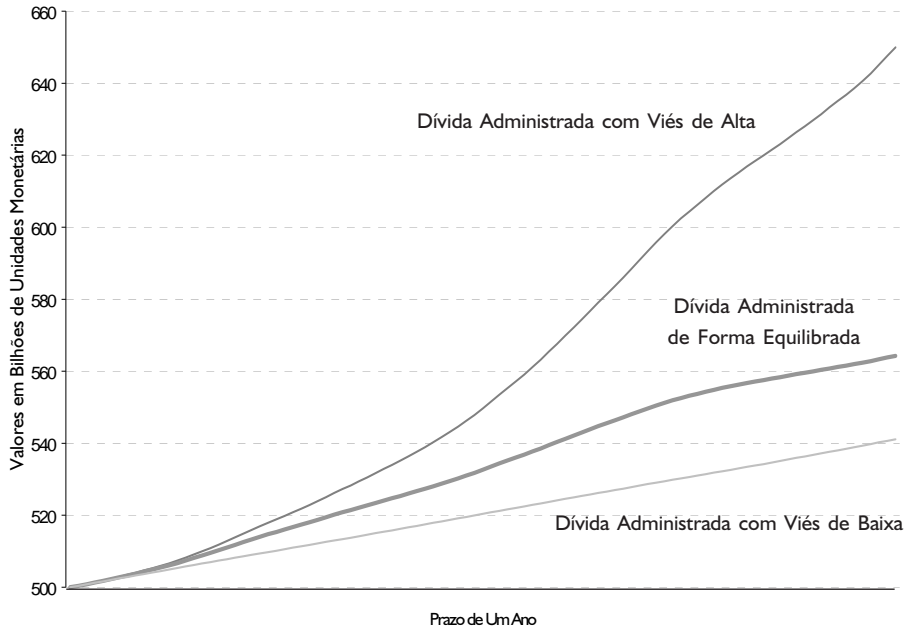
Por exemplo, vamos admitir que um determinado país tenha tido uma taxa de juro acumulada de 16% em determinado ano e que tivesse um dívida inicial de 500 bilhões de unidades monetárias. Considerando que o país tenha tido superávit primário (ou seja, a sua arrecadação de tributos tenha sido superior aos gastos sem incluir os juros, o que contribui para a redução da dívida), que tenha tido aumento nas reservas internacionais (isto contribui para o aumento da dívida se os juros internos são maiores do que os externos), que tenha privatizado empresas estatais (estas vendas contribuem para a redução da dívida) e que tenha tido outros resultados, que, em conjunto, contribuíssem para a redução da dívida.

Desse modo, se o Tesouro e o Banco Central do país emitissem apenas títulos pós-fixados de curto prazo, ou adotassem outras estratégias de emissão e de operações em derivativos mas, que, em conjunto, tivessem o mesmo custo da emissão exclusiva de títulos pós-fixados, a dívida deveria ter crescimento inferior a 16%, em decorrência da existência do superávit primário e dos demais efeitos. Por hipótese, vamos considerar que o crescimento seria de 12,86%.

Alternativamente, vamos admitir que a dívida fosse administrada de forma desequilibrada com viés de alta (crescimento de 29,99%) ou com viés de baixa (crescimento de 8,21%). O gráfico a seguir ilustra as possíveis trajetórias das dívidas. No caso de haver viés de baixa, o país teria economizado 4,65%, ao passo que os compradores de títulos teriam deixado de ganhar os 4,65%, que equivaleriam a 23,23 bilhões de unidades monetárias.

Por outro lado, se houvesse viés de alta, o país teria tido gasto extra de 17,13%, ao passo que os compradores de títulos teriam tido ganho extra de 17,13%, que equivaleriam ao endividamento adicional de 85,64 bilhões de unidades monetárias. O gráfico a seguir ilustra as três situações mencionadas.

## Exemplo de Dívida Pública Administrada de Forma Equilibrada ou com Viés de Alta ou de Baixa



Como os variáveis que afetam as dívidas têm efeitos muito dinâmicos (os efeitos podem variar a cada dia e até mesmo dentro de cada dia) acreditamos que seria interessante um acompanhamento diário das evoluções efetivas das dívidas e das evoluções que existiriam se os governos optassem pelas emissões apenas de títulos pós-fixados. Estes acompanhamentos diários poderiam gerar estudos que mostrassem os efeitos acumulados ao longo de cada mês, de cada ano ou ao longo dos últimos doze meses. Esta forma de acompanhamento permitiria às sociedades ter o conhecimento a respeito das evoluções de suas dívidas, assim como tornaria possível o conhecimento do tipo de viés (de alta ou de baixa) que estivesse ocorrendo nos últimos dias, meses ou anos, com defasagem de poucos dias.

É importante lembrarmos que, por vezes, uma equipe econômica tem a intenção de realizar política monetária ou cambial em um sentido, promovendo a alta ou a baixa das taxas de juros ou de câmbio, mas os cenários e os fatos econômicos que se sucedem levam os dirigentes a inverter o sentido das alterações planejadas, passando a implementar políticas que levem à baixa ou alta das taxas de juros ou de câmbio respectivamente.

Entretanto, de acordo com a Lei dos Grandes Números a quantidade de vezes

que os dirigentes têm que inverter o sentido das políticas monetária e cambial para promover a baixa das taxas (ou que as forças de mercado evoluem no sentido de contribuir para a queda das taxas), converge para o número de vezes que os dirigentes têm que inverter o sentido das políticas monetária e cambial para promover a alta das taxas (ou que as forças de mercado evoluem no sentido de contribuir para a alta das taxas), à medida que o tempo passa.

De fato, os Bancos Centrais freqüentemente efetuam dezenas de operações a cada dia, de compra e de venda de títulos, de captação e de empréstimos de reservas e, nos casos em que os Bancos Centrais operam em mercados derivativos, atuam abrindo ou encerrando posições ativas ou passivas em juros e câmbio. Desse modo, é possível que sejam realizadas milhares de operações a cada ano.

Segundo a Lei dos Grandes Números, as atuações equilibradas dos dirigentes dos Bancos Centrais e dos Tesouros dos diversos países propiciarão custos de rolagem das dívidas convergindo para as taxas de juros acumuladas efetivas, à medida que se aumente o período considerado para a comparação.

Para que haja boa administração das dívidas públicas, talvez sejam mais importantes para os Bancos Centrais terem boas atuações nos aspectos táticos do que nos aspectos estratégicos, na medida em que, conforme dissemos anteriormente, os Bancos Centrais podem realizar grandes quantidades de operações a cada dia, inclusive a captação e aplicação de recursos ou a compra e venda dos mesmos títulos ou das mesmas moedas em um mesmo dia. Embora as operações de captação e empréstimo ou de compra e de venda ocorram no mesmo dia, elas não têm objetivos especulativos como as operações de *day-trade* tradicionais e sim os de regular as necessidades de liquidez ou de moedas externas dos agentes econômicos que têm acesso às licitações efetuadas pelos Bancos Centrais, que, na realidade de muitos países são apenas as instituições financeiras.

## A21.6 TAXAS REQUERIDAS PELOS LICITANTES E TAXAS PRATICADAS NOS MERCADOS DERIVATIVOS

Os dirigentes dos Bancos Centrais e dos Tesouros devem manter atenção especial sobre as taxas de juros e sobre as demais taxas praticadas nos mercados derivativos (principalmente sobre as operações que ocorrem nos mercados de pregão e que têm boa liquidez), especialmente nos casos em que os Tesouros emitem títulos cambiais ou em que os Bancos Centrais operam em mercados derivativos.

Os governos devem evitar ao máximo a venda de títulos prefixados a taxas significativamente superiores ou comprar a taxas significativamente inferiores às taxas de juros praticadas nos mercados derivativos, pois isso aumenta o custo de rolagem esperado da dívida, comparativamente à venda e compra de títulos pós-fixados. Isto também permite que os compradores de títulos pratiquem arbitragem ao comprarem títulos a taxas prefixadas maiores e, simultaneamente, prefixarem os custos de financiamento dos títulos a taxas menores nos mercados derivativos<sup>9</sup>.

A afirmativa anterior também é válida para títulos cambiais, nos quais os governos não devem aceitar taxas de juros muito elevadas, que permitam aos participantes efetuar arbitragens a partir dos contratos de cupom cambial (vistos no capítulo 10) ou *dos swaps* cambiais (serão vistos no capítulo 27).

Ao mesmo tempo, eles devem manter grande atenção sobre os preços de equilíbrio dos derivativos, no sentido de evitar ao máximo comprar contratos acima dos preços de equilíbrio ou vender contratos abaixo dos preços de equilíbrio, na medida em que estas atitudes também tendem a elevar dramaticamente os custos de rolagens das dívidas públicas e, conforme já dissemos, os aumentos dos custos de rolagem das dívidas tornam as sociedades dramaticamente mais pobres.

Da mesma forma que os acionistas de uma Companhia Aberta têm o direito de ter acesso às informações que lhes permitam avaliar se as dívidas de suas empresas estão sendo bem administradas ou mal administradas, os cidadãos dos países também têm o direito de ter acesso às informações que lhes permitam avaliar se as dívidas públicas de seus países estão sendo administradas (pelos Tesouros e pelos Bancos Centrais) com viés de alta, de forma equilibrada, ou com viés de baixa. É de fundamental importância que os diversos segmentos das sociedades exerçam esse direito, até para que possam compreender melhor as razões que justificam as trajetórias de suas dívidas públicas.

Conforme já mencionamos, se as dívidas públicas forem mal administradas (quando forem administradas com viés de alta) é possível que todos os esforços fiscais (para obter superávits primários elevados) e de redução de taxas de juros por parte dos países sejam anulados, e as dívidas públicas continuem a crescer de forma dramática.

<sup>9</sup> A prefixação dos custos de captação de recursos poderia ser realizada, por exemplo, assumindo posição comprada em mercado a termo de juros, efetuando *swaps* de taxas de juros prefixadas x taxas de juros pós-fixadas (serão vistos no capítulo 27), comprando *cap* e vendendo *floor* de juros com mesma taxa de juro de exercício, além de estratégias que permitem uma quase prefixação, como a compra de contratos futuros de juros (no caso do Brasil, contratos futuros de DI) na paridade ajustada ou ainda a realização de um *collar* com taxas de juros de exercício próximas.